

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Мелкомасштабные сгустки тёмной материи

В.С. Березинский, В.И. Докучаев, Ю.Н. Ерошенко

Представлено современное состояние проблемы образования и эволюции мелкомасштабных сгустков тёмной материи — гравитационно-связанных структур, имеющих массы порядка или меньше масс звёзд и состоящих из невзаимодействующих или слабо взаимодействующих частиц тёмной материи. Рассмотрены различные варианты спектра первичных космологических возмущений и различные модели тёмной материи. В зависимости от конкретного варианта процессы образования и итоговые характеристики сгустков могут существенно различаться. Обсуждается роль сгустков в экспериментах по непрямой регистрации частиц тёмной материи посредством наблюдения продуктов их аннигиляции. Рассмотрен ряд смежных астрофизических вопросов и эффектов, тем или иным образом связанных со сгустками тёмной материи.

PACS numbers: 14.80.Nb, 95.35.+d, 98.70.Rz

DOI: 10.3367/UFNr.0184.201401a.0003

Содержание

1. Введение (3).
2. Спектр возмущений плотности на малых масштабах (7).
 - 2.1. Генерация адиабатических возмущений на стадии инфляции.
 - 2.2. Нормировка спектра возмущений по наблюдательным данным.
 - 2.3. Спектры возмущений с пиками.
 - 2.4. Энтропийные возмущения.
 - 2.5. Ограничения по первичным чёрным дырам.
3. Сценарии и модели формирования сгустков (10).
 - 3.1. Сферическая модель эволюции возмущений.
 - 3.2. Сферическая модель для энтропийных возмущений.
 - 3.3. Сферическая модель для адиабатических возмущений на стадии радиационного доминирования.
 - 3.4. Несферические модели.
 - 3.5. Сгустки вокруг топологических дефектов.
4. Внутренняя структура сгустков (14).
 - 4.1. Бурная релаксация и вириализация — физика процессов.
 - 4.2. Вторичная аккреция, автомодельные решения и "ультракомпактные минигало".
 - 4.3. Бездиссипативная гравитационная сингулярность (теория Гуревича – Зыбина).
 - 4.4. Ограничения на радиус сердцевин из теоремы Лиувилля.
 - 4.5. Энтропийная теория.
 - 4.6. Влияние приливных сил на профиль плотности.
 - 4.7. Аннигиляционный предел максимальной плотности.
 - 4.8. Гравитермическая катастрофа для сверхтяжёлых частиц.
 - 4.9. Численное моделирование методом N -тел.
5. Сгустки с минимальной массой (21).
 - 5.1. Сечение рассеяния нейтралито на лептонах.
 - 5.2. Кинетическое отщепление.
 - 5.3. Диффузионное обрезание спектра возму-

щений. 5.4. Свободный разлёт. 5.5. Влияние космологического горизонта и акустических колебаний. 5.6. Масса M_{\min} для сверхтяжёлых нейтралито.

6. Формирование функции масс сгустков в процессах раннего иерархического сгусткования (25).
 - 6.1. Теория Пресса – Шехтера.
 - 6.2. Приливные процессы.
 - 6.3. Иерархическое сгусткование с учётом разрушений.
7. Разрушение сгустков в Галактике (27).
 - 7.1. Разрушение сгустков полем диска.
 - 7.2. Разрушение сгустков звёздами.
 - 7.3. Остатки сгустков.
8. Аннигиляция частиц в сгустках (30).
 - 8.1. Сечения и спектры продуктов аннигиляции нейтралито.
 - 8.2. Проблема выделения астрофизических фонов, не связанных с аннигиляцией.
 - 8.3. Параметризация аннигиляционного сигнала.
 - 8.4. Усиление аннигиляционного сигнала.
 - 8.5. Аннигиляция в галактиках и скоплениях.
 - 8.6. Анизотропия аннигиляционных сигналов.
 - 8.7. Аннигиляция в сверхплотных сгустках.
9. Потоки заряженных частиц в экспериментах PAMELA, ATIC и других (36).
 - 9.1. Данные наблюдений.
 - 9.2. Аннигиляционный сценарий и его проблемы.
 - 9.3. Альтернативные объяснения.
10. Другие возможные наблюдательные проявления сгустков (37).
 - 10.1. Прямая регистрация частиц тёмной материи. Минипотоки.
 - 10.2. Регистрация сгустков гравитационно-волновыми детекторами.
 - 10.3. Нейтралитные звёзды и микролинзирование.
 - 10.4. Бариионы в сгустках.
 - 10.5. Движение сгустков по небесной сфере.
11. Заключение (39).

Список литературы (39).

1. Введение

Современная космология (см. монографии [1–5], обзор [6] и исторический очерк [7]) исследует наиболее фундаментальные вопросы происхождения нашей Вселенной и смыкается, особенно при изучении очень ранних эпох, с физикой элементарных частиц и квантовой теорией поля.

В.С. Березинский. Il Gran Sasso Science Institute (GSSI) and Laboratori Nazionali del Gran Sasso, INFN, I-67010 Assergi (AQ), Italy
E-mail: berezinsky@lngs.infn.it

В.И. Докучаев, Ю.Н. Ерошенко. Институт ядерных исследований РАН, просп. 60-летия Октября 7а, 117312 Москва, Российская Федерация
E-mail: dokuchaev@lngs.infn.it, eroshenko@inr.ac.ru

Статья поступила 6 мая 2013 г.

Среди таких фундаментальных вопросов прежде всего можно отметить инфляционную парадигму как часть квантовой космологии. Эта парадигма даёт элегантное решение сразу нескольких проблем космологии, но пока остаётся актуальной задача выбора конкретной модели инфляции из множества предложенных.

Другое важное направление исследований в космологии касается состава Вселенной — природы тёмной материи и тёмной энергии. Важность этих субстанций неизвестной природы состоит в том, что в них заключено около 95 % массы во Вселенной — примерно 68,3 % в тёмной энергии и 26,8 % в тёмной материи — называемой иначе "скрытой массой", а на долю обычного барионного вещества (звёзд, межзвёздного и межгалактического газа и пыли) приходится всего $\approx 4,9$ %. Природа полей, создающих тёмную энергию, и состав частиц тёмной материи до сих пор не выяснены. Как и в случае инфляционной парадигмы, для тёмной энергии и тёмной материи предложено множество теоретических моделей, но пока не ясно, какие из них окажутся в будущем жизнеспособными и имеется ли вообще среди них модель, реализованная "в нашей Вселенной".

Преобладающая в настоящее время по средней плотности субстанция — тёмная энергия — была обнаружена по ускоренному расширению Вселенной в наблюдениях сверхновых типа Ia [8–10]. В дальнейшем её существование было подтверждено на основе измерений флуктуаций реликтового излучения и других эффектов. Объяснением тёмной энергии могли бы быть некие скалярные поля, оставшиеся с ранних эпох, или энергия квантовых флуктуаций в вакууме. В данном обзоре мы обсуждаем преимущественно такие космологические эпохи, в которых влияние тёмной энергии пренебрежимо мало.

Проблема тёмной материи, которая является одной из главных тем настоящего обзора, имеет хорошую перспективу быть решённой уже в ближайшие годы. Частицы тёмной материи, летящие из космоса и проходящие сквозь Землю, могут быть обнаружены на существующих и проектируемых детекторах, либо эти частицы могут быть получены и зарегистрированы на ускорителях, прежде всего на Большом адронном коллайдере (Large Hadron Collider, LHC).

Существование во Вселенной тёмной материи уже практически не вызывает сомнений. Тёмная материя даёт объяснение формы кривых вращения спиральных галактик, динамики звёзд в эллиптических галактиках, высокой температуры газовых гало в галактиках и скоплениях галактик, движения галактик в малых группах и скоплениях. Наличие тёмной материи обеспечивает согласие результатов расчётов первичного нуклеосинтеза с данными наблюдений распространённости элементов при учёте данных об анизотропии реликтового излучения. Только с учётом тёмной материи удаётся объяснить устойчивость галактических дисков и их спиральную структуру. Распределение тёмной материи "наблюдает" также по сильному и слабому гравитационному линзированию — появлению множественных изображений галактик и искажению их формы [11], в том числе в сталкивающихся скоплениях галактик (Bullet Cluster и др.).

Хотя природа тёмной материи неизвестна, указанная выше инфляционная парадигма даёт естественную модель генерации возмущений плотности в тёмной материи, из которых в дальнейшем образовались гало, а по направлению к центрам этих гало, как в потенциальные

ям, оседала обычная барионная материя по мере её охлаждения. Благодаря этому образовались галактики, звёзды, планеты и в итоге зародилась жизнь.

Обзор возможных кандидатов на роль частиц тёмной материи и методов их поиска представлен, например, в [1, 12]. Чаще всего рассматриваются слабо взаимодействующие массивные частицы — вимпы (WIMPs — Weakly Interacting Massive Particles), которые могут рождаться в ранней Вселенной как раз в количестве, необходимом для объяснения тёмной материи. Среди таких частиц очень популярно нейтралито — легчайшая суперсимметричная частица [13, 14]. Из других кандидатов можно упомянуть стерильные нейтрино [15, 16], аксионы [17], гравитино [18, 19], сверхтяжёлые частицы [20–23] и первичные чёрные дыры (ПЧД) [24, 25].

Открытие лёгкого хиггсовского бозона с массой $m_H \simeq 125$ ГэВ [26–28] укрепило статус нейтралито как кандидата на роль частицы тёмной материи. Существование лёгкого хиггсовского бозона, тяжёлых частиц Великого объединения и супергравитации в принципе противоречиво, так как радиационные диаграммы (петли) приводят к массе лёгкого бозона $\delta m_H^2 \sim (\alpha/\pi) \Lambda^2$, где α — константа взаимодействия, $\Lambda \sim 10^{16}$ ГэВ — масштаб Великого объединения. Суперсимметрия элегантно решает эту проблему, обеспечивая компенсацию радиационных диаграмм, и более простого и красивого решения теории не знает. Если бы лёгкий хиггс с массой $m_H < 130$ ГэВ не был обнаружен, то существование суперсимметрии было бы поставлено под сомнение. Открытие лёгкого хиггса с массой $m_H < 130$ ГэВ требует суперсимметрии как наиболее простого и естественного объяснения его малой массы. Суперсимметрия предполагается нарушенной с помощью так называемых мягких членов лагранжиана, описываемых пятью или более свободными параметрами. Фиксированная масса хиггсовской частицы накладывает ограничения на эти параметры и параметры моделей Великого объединения, а также на массы суперсимметричных скалярных частиц (sparticles). Суперсимметричные частицы и легчайшая из них, нейтралито, не обнаружены пока в экспериментах ATLAS (A Toroidal LHC Apparatus) и CMS (Compact Muon Solenoid) на LHC, возможно, не потому, что такие частицы слишком тяжелы, а из-за слабости их взаимодействия. Будущие измерения с увеличением потоков этих частиц, вероятно, приведут к открытию суперсимметричных частиц (см. обсуждение хиггсовских частиц и суперсимметрии после открытия хиггсовского бозона в статье Прана Ната [29]).

Прямая регистрация [30, 31] или получение на ускорителях частиц тёмной материи могут предоставить наиболее достоверные данные о их природе, однако нельзя недооценивать и косвенные методы поиска (по продуктам аннигиляции частиц и на основе других эффектов) по двум причинам. Во-первых, пока нет гарантии, что частицы тёмной материи удастся непосредственно зарегистрировать в обозримом будущем. Во-вторых, в случае успешной прямой регистрации частиц тёмной материи возникает множество "прикладных" задач о роли этих частиц в астрофизике, влиянии их самих и продуктов их аннигиляции и распадов на состав космических лучей, состоянии межзвёздной среды в ранние эпохи и настоящее время, а также на другие астрофизические процессы. То есть будут рассматриваться на новом уровне (с уже известными частицами тёмной

материи) многие из тех вопросов, которые затрагиваются сейчас в исследованиях по косвенной регистрации частиц тёмной материи.

Наиболее обещающим с точки зрения косвенной регистрации выглядит поиск сигналов (прежде всего, фотонов) от аннигиляции частиц тёмной материи. Если частицы тёмной материи способны аннигилировать, то решающее значение для эффективности этого процесса имеет плотность тёмной материи. Локальный темп аннигиляции пропорционален квадрату концентрации частиц, поэтому сигнал от плотных сгущений может быть сильнее сигнала от диффузной компоненты тёмной материи. Объектами повышенной плотности по сравнению со средней плотности вещества во Вселенной являются, например, тёмные гало галактик, образовавшиеся из возмущений плотности несколько миллиардов лет назад. Самой далёкой из известных галактик на момент написания данного обзора является обнаруженная телескопом Хаббла галактика при красном смещении $z \approx 11,9$ (без спектроскопического подтверждения), т.е. галактика, образовавшаяся в ту эпоху, когда с момента Большого взрыва (или со времени окончания стадии инфляции) прошло всего 380 млн лет и эпоха реионизации Вселенной ещё не завершилась. Но ещё раньше должны были образоваться протогалактики — "строительные блоки", похожие на современные карликовые галактики. Характер кластеризации тёмной материи, масса и время образования этих "блоков", а также эффективность их слияний и увеличения массы за счёт аккреции внешнего вещества зависят прежде всего от спектра возмущений плотности. Согласно наиболее обоснованной модели, возмущения возникли на стадии инфляции из квантовых флуктуаций. В последнее время спектр флуктуаций был измерен с большой точностью спутником WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) [32] и космической обсерваторией Planck [33]. Однако телескопы этих космических аппаратов наблюдают спектр возмущений лишь на очень больших масштабах. Согласно инфляционной парадигме, спектр первичных возмущений продолжается на гораздо меньшие масштабы, ограниченные снизу масштабом космологического горизонта на момент окончания инфляции (масса тёмной материи в этих масштабах $\sim 10^{-17}$ г). Это означает, что ещё до формирования протогалактик при больших красных смещениях могли образовываться сгустки тёмной материи с массами, гораздо меньшими массы Солнца. Эти сгустки представляют собой первые структуры, возникшие во Вселенной. Именно эти мелкомасштабные сгустки тёмной материи и их роль в астрофизике мы рассмотрим подробно в данном обзоре. Всюду далее для краткости мы будем называть мелкомасштабные сгустки тёмной материи просто сгустками.

Наглядно можно представить, что сгусток — это достаточно рыхлое "облако" из движущихся частиц тёмной материи, которые удерживаются вместе силами гравитации, но не падают на общий центр из-за наличия у частиц угловых моментов. Сгусток имеет почти сферическую форму и находится в квазиравновесном состоянии, если на него не действуют приливные гравитационные силы со стороны других объектов или возмущений плотности. Медленная эволюция внутренней структуры сгустков может происходить под действием слабых гравитационных возмущений, из-за парного рассеяния частиц друг на друге и вследствие аннигиляции частиц.

Медленная аккреция частиц тёмной материи на сгустки из окружающего диффузного компонента приводит в основном к увеличению эффективного радиуса сгустков. Быстрая и сильная перестройка структуры сгустков возможна при гравитационных ударах, сопровождающих взаимодействие сгустков между собой или со звёздами. В некоторых случаях сгусток может захватить внутрь себя другой сгусток или, наоборот, войти в состав сгустка большего масштаба. Граница между медленной аккрецией частиц тёмной материи и процессом захвата мелких сгустков (слияний сгустков, сильно различающихся по массе) является в некоторой степени условной, но может быть описана в обобщённом формализме Пресса – Шехтера [34].

Обсудим кратко терминологию. В англоязычной литературе сгустки тёмной материи называют "clumps" (сгустки, сгущения), "DM objects" (объекты из тёмной материи), "haloes" (гало), "minihaloes" (минигало), "microhalos" (микрогоало). Последние три названия подчёркивают то обстоятельство, что во многих отношениях сгустки являются уменьшенным аналогом больших гало тёмной материи в галактиках. Действительно, если отвлечься от газодинамических процессов с участием барионов, происходящих в галактиках, то уравнения гравитационной динамики и основные процессы образования мелкомасштабных сгустков и гало галактик, по сути, являются одинаковыми, различаясь лишь характерными масштабами и формой спектра возмущений на этих масштабах. На малых масштабах спектр является более плоским, что приводит к быстрой агрегации сгустков — вхождению их в состав больших сгустков, причём характерные времена этого скучивания порядка времени формирования внутреннего профиля плотности в сгустках. Напротив, во время иерархического скучивания на масштабах галактик чаще всего сливаются объекты с уже сформировавшимся профилем плотности.

Образование и эволюция мелкомасштабных сгустков изучались во множестве работ [35–51]. (Краткий обзор отдельных аспектов проблемы сгустков по состоянию на 2009 г. дан в [52].) В ряде работ (см., например, [53]) использовался феноменологический подход, в котором постулировалось наличие сгустков, составляющих определённую долю тёмной материи и имеющих некоторый профиль плотности и другие свободные параметры, но без привязки к конкретному спектру возмущений.

Спектр масс сгустков ограничен со стороны малых масс некоторой минимальной массой M_{\min} , зависящей от свойств частиц тёмной материи и характера их взаимодействия с космической плазмой в ранней Вселенной на стадии доминирования излучения [54]. Формирование сгустков с минимальными массами происходит не благодаря слиянию меньших объектов, а из обособленных флуктуаций плотности, не имеющей существенных внутренних неоднородностей (субструктур). Таким образом, сгустки с минимальными массами, а также сгустки, возникающие из спектра возмущений с высоким пиком, по характеру их образования можно выделить в отдельный класс сгустков, к которым применима аналитическая модель Гуревича – Зыбина [55–57].

Масса M_{\min} модельно-зависима, предсказываемая величина M_{\min} для нейтрально в Минимальной суперсимметричной модели может изменяться от $10^{-11} M_{\odot}$ до $10^{-3} M_{\odot}$ [41, 42, 46, 58, 59]. Минимальная масса сгустков (обрезание спектра масс) M_{\min} определяется столкновитель-

тельными и бесстолкновительными процессами затухания (см., например, [41] и приведённые там ссылки). Дополнительно на обрезание спектра масс влияют акустические волны [60] во время кинетического отщепления частиц тёмной материи [61], а также моды возмущений с размером горизонта [62]. Вычисления [46] показали, что для сглаживания мелкомасштабных возмущений очень важны процессы трения между частицами тёмной материи и космической плазмой, аналогичные эффекту Силка. Неопределённости величины минимальной массы сгустков обусловлены неопределённостями в моделях нейтрально и наличием свободных параметров.

Приведём характеристики сгустков с минимальной массой $M \sim 10^{-6} M_{\odot}$, получаемой при наиболее правдоподобном выборе параметров суперсимметрии в случае степенного начального спектра с показателем $n_s = 0,96$, нормированного на данные по реликтовому излучению. Первые объекты из тёмной материи, которые в этом случае формируются при красном смещении $z \sim 60$ (для 2σ -возмущений) со средней плотностью $\bar{\rho} = 7 \times 10^{-22} \text{ г см}^{-3}$, имеют вириальный радиус $R = 6 \times 10^{-3}$ пк и внутреннюю дисперсию скоростей $v = 80 \text{ см с}^{-1}$.

Эволюция сгустков в общем случае должна изучаться в иерархической картине, в которой принимается во внимание слияние сгустков друг с другом и вхождение их в состав больших сгустков. Принципиально важным фактором в этих процессах являются приливные взаимодействия, поскольку под действием приливных сил на ранних иерархических стадиях разрушается большинство сгустков [39]. Сгустки, пережившие раннюю иерархическую стадию, затем разрушаются и теряют массу в результате взаимодействия со звёздами в балдже, гало и диске галактик. В данном обзоре мы покажем, что коллективное гравитационное поле диска оказывает гораздо большее влияние, чем суммарный вклад отдельных близких звёзд.

Есть надежда в обозримом будущем непосредственно зарегистрировать потоки гамма-излучения от аннигиляции частиц в сгустках. Если мелкие сгустки наблюдать практически невозможно (они в совокупности создают сплошной гамма-фон), то достаточно большие сгустки в принципе можно наблюдать как отдельные источники — они могут создавать яркие пятна на небесной сфере в гамма-диапазоне и рентгеновском диапазоне [63–65], — если удастся выделить аннигиляционный сигнал из шума. Сигналы от аннигиляции частиц тёмной материи в сгустках рассчитывались, например, в [66–75]. Вклад сгустков в аннигиляционный сигнал характеризуется коэффициентом усиления, или буст-фактором, который, по определению, равен отношению сигнала с учётом сгустков тёмной материи к сигналу только от диффузно-распределённой тёмной материи.

Теоретические исследования формирования гало из тёмной материи [55–57, 76] предсказывают степенной внутренний профиль сгустков $\rho_{\text{int}}(r) \propto r^{-\beta}$, где $\beta \simeq 1,8–2,0$. Полученные в численном моделировании профили плотности Наварро–Фрэнк–Уайта (НФУ) и Мура и др. [77] также имеют расходящуюся плотность в центре сгустка с $\beta = 1$. Близкий к изотермическому степенной профиль с $\beta \simeq 2$ был получен в численном моделировании формирования мелкомасштабных сгустков [77]. В [51] было выяснено, что если сгусток образуется в результате иерархического сгусткования, то его профиль плотности совпадает с профилем НФУ. А если сгусток образуется из

обособленного возмущения плотности (в том числе если это сгусток с минимальной массой), то его профиль плотности имеет в центре $\beta \simeq 1,4$. То есть обособленные сгустки, не испытавшие слияний, обладают центральными профилями, более близкими к профилю Мура и др. и к профилю Гуревича–Зыбина [55–57].

Возрастание плотности $\rho_{\text{int}}(r)$ в центре сгустка при $r \rightarrow 0$ ограничено полной (интегральной) массой сгустка и особенно конечностью аннигиляционного сигнала

$$Q_{\text{ann}} \propto \int dr r^2 \rho_{\text{int}}^2(r). \quad (1)$$

Для распределений плотности с $\beta > 1,5$ наличие центральной сердцевины ("core" в англоязычной литературе) физически необходимо, т.е. сердцевина должна существовать в широком классе моделей. Чаще всего сердцевина постулируется следующим образом: $\rho_{\text{int}}(r) = \text{const}$ при $r < r_c$. Различные физические механизмы могут быть ответственными за формирование центральной части (сердцевины) сгустков во время их образования и эволюции. Причём не исключено, что для сгустков с разными массами, образующихся в различных условиях, эти механизмы могут различаться. Возможно, структура центральной области сгустков определяется мелкомасштабными неоднородностями плотности и скоростей внутри формирующегося сгустка; исследование этого вопроса применительно к галактикам было проведено в рамках энтропийной теории [78, 79]. Из энергетического критерия следует теоретическая оценка радиуса сердцевины сгустка: $x_c \equiv R_c/R \simeq \delta_{\text{eq}}^3$, где δ_{eq} — величина возмущения плотности в начале космологической стадии доминирования вещества [57]. Применительно к сгусткам с минимальными массами $\sim 10^{-6} M_{\odot}$, образовавшимся из 2σ -пиков ($\delta_{\text{eq}} \simeq 0,013$) в плоском спектре возмущений Гаррисона–Зельдовича, эта оценка даёт $x_c \simeq 1,8 \times 10^{-5}$. Не исключено также, что размер сердцевины или, по крайней мере, характерный масштаб изменения β в профиле плотности определяют и приливные силы [39]. Альтернативный механизм образования сердцевины имеется в моделях с "метахолодной тёмной материей", в которых сердцевина возникает вследствие позднего распада частиц тёмной материи на лёгкие нерелятивистские частицы с малой фазовой плотностью [80, 81].

В настоящее время численное моделирование имеет слишком малое пространственное разрешение в центральных областях сгустков для того, чтобы выявить сердцевину и определить её радиус. Единственным примером, в котором получено указание на наличие сердцевины с $x_c \simeq 10^{-2}$, является моделирование [77]. Однако в [82] сердцевина не разрешена при относительных радиусах вплоть до значения $x_c \simeq 10^{-3}$, до которого, согласно численным расчётам [82], простирается профиль плотности с $\beta = 1,5$. Требуется проведение нового специального моделирования с большим разрешением, чтобы прояснить эту проблему.

В [40] сделан вывод, что почти все мелкомасштабные сгустки в Галактике разрушаются в приливных взаимодействиях со звёздами и трансформируются в "минипотоки" (ministreams) тёмной материи. Свойства минипотоков могут быть важны для прямого детектирования частиц тёмной материи, поскольку частицы тёмной материи в потоках приходят анизотропно с нескольких

дискретных направлений. Однако в [83] показано, что сердцевины сгустков (или остатки сгустков) в общем случае выживают в процессе приливных взаимодействий со звёздами Галактики. Хотя внешние слои сгустков "обдираются" и производят минипотоки тёмной материи, сердцевин, защищённые сохранением адиабатического инварианта, остаются источниками аннигиляционных сигналов. В центральных областях сгустков генерируется большая часть всего аннигиляционного сигнала, поэтому общий аннигиляционный сигнал слабо затрагивается процессами приливного разрушения [37, 43]. Справедливость этого утверждения критически зависит от неизвестного радиуса сердцевины: сердцевин меньшего размера более устойчивы, так как в них частицы тёмной материи имеют большие орбитальные частоты и, соответственно, большую величину параметра адиабатичности. Остатки сгустков образуют "хвост" малых масс у стандартной функции масс, продолженной в сторону масс, меньших, чем M_{\min} .

Помимо "стандартного" сценария образования сгустков предложены также гипотетические модели, в которых сверхплотные сгустки образуются на стадии доминирования излучения из энтропийных [84–87] и адиабатических [88] возмущений плотности при учёте ограничений по первичным чёрным дырам. Источником энтропийных возмущений могут служить, например, замкнутые петли космических струн. Сверхплотные сгустки интересны, в частности, с точки зрения аннигиляции сверхтяжёлых частиц тёмной материи, поскольку их малое сечение аннигиляции может быть компенсировано большой плотностью сгустков, в результате чего оказываются возможными аннигиляционные сигналы в области сверхвысоких энергий. В этом случае могут проявиться новые эффекты, определяющие формирование центрального профиля плотности в сверхплотных сгустках, например ферми-вырождение сверхтяжёлых частиц тёмной материи в центральной части таких сгустков. Сверхплотные сгустки также могут регистрироваться по приливному воздействию на детекторы гравитационных волн. В данном обзоре моделям образования сверхплотных сгустков будет уделено относительно большое внимание, поскольку этот вопрос пока недостаточно освещён в литературе.

2. Спектр возмущений плотности на малых масштабах

Необходимым условием образования мелкомасштабных сгустков является наличие неоднородностей вещества на соответствующих малых масштабах в достаточно ранние эпохи. Галактики и другие структуры образуются из возмущений плотности $\delta(\mathbf{x}, t) = \delta\rho/\bar{\rho} = (\rho(\mathbf{x}, t) - \bar{\rho})/\bar{\rho}$, которые в общем случае могут быть адиабатическими, энтропийными или представлять собой смесь тех и других. Адиабатические возмущения называют также возмущениями кривизны, так как кривизна пространства в области такого возмущения отличается от средней по Вселенной. Другой тип возмущений — это энтропийные возмущения состава Вселенной, например возмущения тёмной материи на фоне однородного излучения. Влияние энтропийных возмущений на кривизну пространства, как правило, несущественно, поэтому их обычно называют возмущениями с постоянной кривизной. Согласно наблюдениям реликтового

излучения, статистическое распределение возмущений является с высокой точностью гауссовым, а вклад энтропийных возмущений в общую величину возмущений, даже если он есть, не превышает нескольких процентов.

Остановимся кратко на статистике возмущений. Фурье-разложение

$$\delta_{\mathbf{k}} = \int \delta(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{x}) d^3x \quad (2)$$

характеризуется спектром мощности $P(k)$:

$$\langle \delta_{\mathbf{k}}^* \delta_{\mathbf{k}'} \rangle = (2\pi)^3 P(k) \delta_D^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}'), \quad (3)$$

где * — знак комплексного сопряжения, \mathbf{k} — волновой вектор, $\delta_D^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ — дельта-функция Дирака, угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю, т.е. по большому числу пространственных объёмов. Спектр мощности $P(t, k)$ в произвольный момент времени t связан с начальным спектром мощности $P_p(k)$ (на масштабах, больших горизонта) соотношением $P(t, k) = P_p(k) T^2(k) D^2(t)$, где $T(k)$ — передаточная функция, $D(t)$ — линейный фактор роста (см., например, [89, 90]). Для мелкомасштабных мод с логарифмической точностью справедливо соотношение $T(k) \simeq (k_{\text{eq}}/k)^2$, если $k_{\text{eq}}/k \ll 1$. Средний квадрат возмущения $\sigma(R) = \langle \delta^2 \rangle$ в масштабе R выражается через $P(k)$ следующим образом:

$$\sigma(R) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 dk P(k) W^2(k, R), \quad (4)$$

где $W(k, R)$ — фурье-образ функции сглаживания [89].

Статистические свойства формирующихся структур рассматриваются в рамках двух основных подходов: 1) путём подсчёта числа максимумов плотности с теми или иными характеристиками [89]; 2) в рамках теории Пресса – Шехтера и её обобщений (см. [34, 91, 92]). Второй подход имеет дело с долей массы тёмной материи, вошедшей в объекты того или иного масштаба масс. Обобщением этих двух подходов и своего рода их синтезом является модель *The Peak-Patch Picture*, представленная в [93].

2.1. Генерация адиабатических возмущений на стадии инфляции

В теории инфляции возмущения кривизны генерируются квантовыми флуктуациями скалярного поля. Величина последних $|\delta\phi| = H(\phi)/2\pi$ связана с параметром Хаббла $H(\phi) = \dot{a}/a$ во время инфляции [2], где $a(t)$ — масштабный фактор Вселенной. Возмущения плотности в момент пересечения горизонта

$$\delta_h \sim M_{\text{Pl}}^{-3} V^{3/2} \left(\frac{dV}{d\phi} \right)^{-1}, \quad (5)$$

где M_{Pl} — планковская масса, $V(\phi)$ — потенциал скалярного поля (инфлатона), ответственного за инфляцию.

Простейшие инфляционные модели дают спектр мощности возмущений, близкий к плоскому степенному спектру $P(k) \equiv \delta_k^2 \propto k^{-n_s} \approx 1$, хотя, как правило, предсказывается небольшой наклон (tilt) спектра, который принципиально важен для исследования возможности

образования мелкомасштабных сгустков, поскольку при движении вниз по массе на много порядков величины даже небольшой наклон спектра может заметно изменить величину возмущений. Отличие n_s от единицы выражается через инфляционные параметры медленного скатывания $\varepsilon = (V'/V)^2/(16\pi G)$ и $\eta = (V''/V)/(8\pi G)$, где G — гравитационная постоянная, следующим образом:

$$n_s = 1 - 6\varepsilon + 2\eta. \quad (6)$$

В R^2 -модели Старобинского $n_s \simeq 1 - 2/N$, где N — число e -фолдингов (увеличений масштабного фактора в e раз) от момента начала генерации рассматриваемых возмущений до окончания инфляции. Величина n_s в моделях инфляции пока точно не фиксируется — n_s , так же как и общую нормировочную постоянную, определяют из наблюдений анизотропии реликтового излучения и неоднородностей в распределении вещества во Вселенной. То есть наблюдения ограничивают возможные параметры инфляции [94].

Сразу после окончания инфляции возмущения (рассматриваемых нами масштабов) имеют величину, много большую размера космологического горизонта, но по мере роста горизонта $\sim ct$ в некоторый момент они входят под горизонт. Для исследования возмущений с масштабами больше и порядка размера горизонта необходимы решения линеаризованных уравнений Эйнштейна [2]. С их помощью сшиваются решения (и начальные данные) на масштабах, превышающих размер горизонта, и решения на масштабе, меньшем размера горизонта. Возмущения глубоко под горизонтом могут быть исследованы с помощью ньютоновских уравнений (с учётом наличия потенциала однородного релятивистского фона), но задание начальных условий всё равно требует использования решений линеаризованных уравнений Эйнштейна. Во время доминирования во Вселенной излучения адиабатические возмущения малой величины (т.е. находящиеся на линейной стадии), $\delta \ll 1$, в масштабах, меньших размера горизонта, возрастают медленно, $\delta_k \propto \ln(t/t_i) + \text{const}$, а после перехода на пылевую стадию, $t > t_{\text{eq}}$, начинается их быстрый рост по закону $\delta_k \propto t^{2/3}$.

2.2. Нормировка спектра возмущений по наблюдательным данным

Нормировочная постоянная в спектрах возмущений часто выбирается из требования, чтобы величина относительных флуктуаций массы в масштабе $8h^{-1}$ Мпк соответствовала значению $\sigma_8 \simeq 0,82$, полученному непосредственно из подсчётов галактик и скоплений. Альтернативный, но согласующийся с указанным методом способ нормировки основан на "привязке" к флуктуациям реликтового излучения, поскольку последние тесно связаны с флуктуациями плотности тёмной материи.

По данным об анизотропии реликтового излучения удобно нормировать спектр возмущений кривизны [2]:

$$\mathcal{P}_{\mathcal{R}} = A_{\mathcal{R}} \left(\frac{k}{k_*} \right)^{n_s - 1}, \quad (7)$$

где $k_*/a_0 = 0,002$ Мпк $^{-1}$, a_0 — современное значение масштабного фактора Вселенной, $A_{\mathcal{R}} = (2,46 \pm 0,09) \times 10^{-9}$,

а, согласно данным WMAP, $n_s = 0,9608 \pm 0,0080$ [32] и, согласно наблюдениям Planck, $n_s = 0,9608 \pm 0,0054$ [33]. При этом типичная амплитуда возмущений $\Delta_{\mathcal{R}} \simeq 5 \times 10^{-5}$. Если ограничиться малыми мультиполями в спектре флуктуаций реликтового излучения, то данные WMAP [32] соответствуют постоянному n_s с точностью $dn_s/d \ln k = -0,019 \pm 0,025$, но учёт высоких мультиполей показывает статистически незначительную пока тенденцию уменьшения n_s в сторону малых масштабов, $dn_s/d \ln k = -0,022_{-0,011}^{+0,012}$. Данные Planck [94] также указывают на статистически незначительное, на уровне $1,5\sigma$, уменьшение n_s , $dn_s/d \ln k = -0,0134 \pm 0,0090$. Если такое уменьшение действительно имеет место, то тогда мелкомасштабные сгустки будут формироваться с меньшей эффективностью, чем при постоянном $n_s \approx 0,96$.

Нормированная данными по реликтовому излучению среднеквадратичная величина возмущений в масштабе горизонта на космологической стадии радиационного доминирования имеет вид [95]

$$\sigma_h(M) \simeq 9,5 \times 10^{-5} \left(\frac{M}{10^{56} \text{ г}} \right)^{(1-n_s)/4}, \quad (8)$$

т.е. при $n_s < 1$ средняя величина возмущений убывает при уменьшении массы. Тем не менее сгустки могут формироваться раньше галактик благодаря передаточной функции $T(k)$, которая при не слишком малых n_s приводит к возрастанию среднеквадратичной величины возмущения с уменьшением массы. Для оценок полезно также выписать среднюю величину возмущений в масштабах $M \leq M_{\odot}$ в момент перехода на пылевидную стадию t_{eq} :

$$\sigma_{\text{eq}}(M) \simeq 8,2 \times 10^{3,7(n_s-1)-3} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{(1-n_s)/6} \times \left(1 - 0,06 \log \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{3/2}. \quad (9)$$

Видно, что при $n_s \approx 1$ очень важным является логарифмический вклад в передаточную функцию.

Необходимо иметь в виду, что использование спектра, нормированного на данные по реликтовому излучению, предполагает гигантскую экстраполяцию, более чем на ~ 15 порядков величины. Такая экстраполяция оправдана, если основываться на моделях инфляции, дающих степенные спектры в широком диапазоне масштабов. Однако, строго говоря, предсказания моделей инфляции для малых масштабов пока не подтверждены данными наблюдений. Поэтому форма спектра в значительной мере является "свободным параметром".

Если существование мелкомасштабных сгустков будет подтверждено (благодаря наблюдению, например, аннигиляции частиц тёмной материи или другими методами), то на основе свойств сгустков можно будет судить о форме спектра возмущений на малых масштабах и о процессах на стадии инфляции, ответственных за генерацию соответствующих возмущений. Например, можно будет фиксировать параметры в лагранжианах конкретных полевых моделей.

2.3. Спектры возмущений с пиками

Если на масштабах галактик и скоплений галактик спектр возмущений достаточно хорошо известен, то на малых масштабах не исключены нестандартные спектры

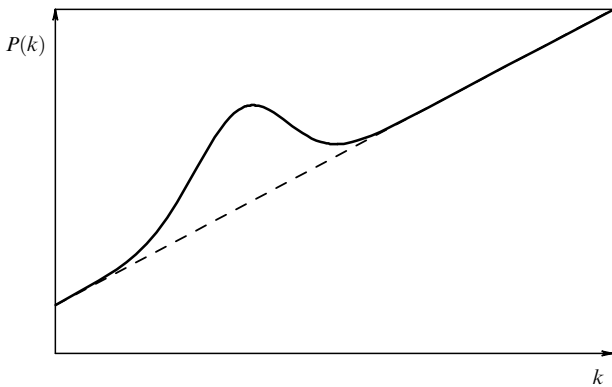


Рис. 1. Схематический вид локального максимума в спектре первичных космологических возмущений плотности.

возмущений, которые отклоняются от простой степенной зависимости или даже имеют локальные максимумы или узкие пики. Как видно из (5), увеличение δ_h возможно в том случае, если инфляционный потенциал $V(\phi)$ имеет плоский участок [24, 96], т.е. если производная $dV(\phi)/d\phi \rightarrow 0$ при некотором значении скалярного поля ϕ . Повышение δ_h может произойти в широкой области или нескольких областях. Сгустки формируются в большом диапазоне масс, если спектр первичных возмущений имеет степенной вид или имеется широкий максимум в спектре. Напротив, если плоский участок потенциала является локальным, то сгустки формируются преимущественно вблизи массы, которая соответствует положению этого участка. Причём спектр вне этих областей может оставаться близким к спектру Гаррисона–Зельдовича (рис. 1) и приводить к образованию галактик и скоплений галактик по стандартному сценарию.

Пику на минимальном масштабе соответствуют сгустки, являющиеся самыми плотными объектами из тёмной материи во Вселенной. Обнаружение таких сгустков могло бы дать ценную информацию об инфляционном потенциале. Наличие пиков может привести также к более эффективному рождению ПЧД с достаточно узким распределением по массе [24, 97].

Другим классом моделей, дающих спектры с пиками, являются инфляционные модели с несколькими скалярными полями [98, 99]. Теоретические модели нестандартного спектра обсуждались, в частности, в [100–112].

Интересным механизмом, в котором возможна генерация или усиление возмущений, в том числе появление спектров с пиками, являются космологические фазовые переходы, например переход в квантовой хромодинамике (КХД) при температуре $\sim 150–200$ МэВ (момент времени $\sim 10^{-5}$ с) [35, 37]. Во время КХД-перехода уравнение состояния вещества становится мягче (уменьшается отношение $w = p/\rho$) и возмущения возрастают более эффективно. Однако пик, соответствующий КХД-переходу, в модели со стандартным ($m \sim 100$ ГэВ) нейтрально несколько сглаживается в ходе дальнейшей эволюции за счёт свободного разлёта и соответствующего обрезания спектра [62].

2.4. Энтропийные возмущения

Энтропийные возмущения могут генерироваться, в частности, в аксионной тёмной материи и приводить к образованию аксионных миникластеров [84, 85, 104].

Первичные чёрные дыры и топологические дефекты различного вида также могут являться источниками энтропийных возмущений. Природа этих возмущений может быть наглядно представлена следующим образом. Пусть имеется некоторый точечный объект с массой M_c на фоне однородно распределённой тёмной материи. Окружим этот объект сферой, содержащей тёмную материю с массой M . Тогда эффективная величина возмущений в объёме рассматриваемой сферы составит $\delta = M_c/M$, причём δ , очевидно, зависит от радиуса сферы, уменьшаясь с увеличением радиуса. Для движения пробных частиц на границе сферы важна только средняя величина δ , а конкретное распределение тёмной материи внутри сферы, по теореме Кирхгофа, не играет никакой роли, если оно остаётся сферически-симметричным. Возмущения, создаваемые затравочной массой, эволюционируют по механизму "вторичной аккреции" [76, 105, 106]. Затравочной массой M_c могут служить, например, ПЧД или их скопления либо петли космических струн.

Сильно несферические возмущения, имеющие энтропийную природу, могут генерироваться бесконечными космическими струнами или текстурами [107]. С точки зрения эволюции возмущений, отличие энтропийных возмущений от адиабатических возмущений заключается в отсутствии у энтропийных возмущений сколь угодно значимых начальных пекулярных скоростей движения частиц тёмной материи.

2.5. Ограничения по первичным чёрным дырам

Спектр адиабатических возмущений ограничен по величине эффекта образования ПЧД в ранней Вселенной, поскольку при наличии достаточно больших возмущений рождалось бы недопустимо большое число ПЧД, превышающее наблюдательные ограничения.

Возможность коллапса малой массы в общей теории относительности и формирования ПЧД впервые была обнаружена в [108], и затем формирование ПЧД на стадии радиационного доминирования было исследовано во многих работах (см., например, [109–112]). Фактически в ПЧД коллапсируют фотоны и смесь ультрарелятивистских частиц. Образование ПЧД возможно и на ранних пылевидных стадиях [113]. Изучение ПЧД стало особенно актуальным после предсказания Хокингом эффекта их квантового испарения и превращения в гамма-источники большой энергии на финальных стадиях испарения. Ненаблюдаемость подобных источников даёт жёсткие ограничения на спектр возмущений плотности в масштабе масс, соответствующем испаряющимся ПЧД [114].

Пороговая величина возмущения $\delta_{th} = 1/3$, приводящая к образованию ПЧД, была найдена аналитически в [110], а численные расчёты [111, 112] приблизительно подтверждают эту величину, хотя указывают на более сложный характер гравитационного коллапса, чем в простой модели [110]. Позднее в численных экспериментах было обнаружено явление критического гравитационного коллапса, когда масса образующейся ПЧД составляет [115, 116] $M_{BH} = AM_h(\delta_h - \delta_{th})^\gamma$, где $A \sim 3$, $\gamma \simeq 0,36$, $\delta_{th} \simeq 0,65–0,70$, M_h — масса вещества, заключённого в пределах горизонта. Масса M_{BH} может быть значительно меньше M_h , однако распределение ПЧД, тем не менее, сосредоточено вблизи $M_{BH} \sim M_h$ [117].

Обозначим $A_h \equiv \langle \delta_h^2 \rangle^{1/2}$. Доля массы излучения, которая трансформируется в ПЧД в момент времени t_h вы-

ражается в виде [110]

$$\beta = \int_{\delta_{\text{th}}}^1 \frac{d\delta_{\text{h}}}{\sqrt{2\pi} A_{\text{h}}} \exp\left(-\frac{\delta_{\text{h}}^2}{2A_{\text{h}}^2}\right) \simeq \frac{A_{\text{h}}}{\delta_{\text{th}}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\delta_{\text{th}}^2}{2A_{\text{h}}^2}\right), \quad (10)$$

а современный параметр плотности ПЧД $\Omega_{\text{ВН}} \simeq \beta a(t_{\text{eq}})/a(t_{\text{h}})$. Выписанные соотношения позволяют получить ограничения на A_{h} на основе наблюдательных ограничений на ПЧД [118]. Ограничения на спектр возмущений в свою очередь ограничивают параметры образующихся сгустков (см. раздел 3.3).

3. Сценарии и модели формирования сгустков

Можно выделить два основных метода исследования процессов образования, кластеризации и внутренней структуры сгустков: численное моделирование и использование приближённых аналитических моделей. Среди аналитических подходов в исторической последовательности можно упомянуть подходы, развитые в работах [55, 56, 76, 106, 119], а принципиально важные результаты в численном моделировании получены в [105, 120–123], где изучалось в основном образование галактик и крупномасштабных структур. Численные методы непрерывно совершенствуются, увеличиваются пространственное разрешение и диапазон временных масштабов. Можно ожидать, что в ближайшем будущем численное моделирование позволит во многих аспектах уточнить и углубить понимание процессов, связанных со сгустками. Однако аналитические расчёты, которые остаются (и останутся в будущем) необходимым звеном для постановки численных задач, важны для качественного понимания как самих процессов, так и результатов численного моделирования.

В данном разделе мы обсудим ряд аналитических подходов, причём изложение построено преимущественно в направлении усложнения и детализации. Для более детального означения с теорией формирования структур во Вселенной, без сделанного нами акцента на мелкомасштабных сгустках, можно рекомендовать краткие и ясные вводные курсы [124, 125].

3.1. Сферическая модель эволюции возмущений

Пусть имеется достаточно чётко выделенное положительное возмущение плотности $\delta(\mathbf{r})$ — протогало. Сгусток обособляется от космологического расширения в ту эпоху, когда флуктуации переходят в нелинейный режим, возрастая до величины $\delta \geq 1$. С этого момента сгусток сжимается под действием собственной гравитации с небольшой, как правило, поправкой, обусловленной влиянием приливных сил, создаваемых соседними возмущениями. Начало координат $r = 0$ выберем вблизи центра масс протогало. В первом приближении протогало можно рассматривать как сферически-симметричный объект [34, 91]. Ввиду довольно простого характера эволюции сферических возмущений это приближение оказывается очень полезным — его достаточно для понимания основных процессов и получения количественных оценок.

Запишем сначала в самом общем виде уравнение эволюции сферического слоя радиусом r в масштабе, много меньшем масштаба горизонта, $r \ll ct$. Обозначим через M массу тёмной материи внутри этого слоя. Вклад

давления релятивистских составляющих космологической плотности в тензор энергии-импульса может быть учтён в ньютоновских уравнениях с помощью замены $\rho \rightarrow \rho + 3p/c^2$ [126, 127]. Тогда радиус слоя подчиняется уравнению

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{G(M_{\text{ВН}} + M)}{r^2} - \frac{8\pi G\rho_{\text{r}} r}{3} + \frac{8\pi G\rho_{\text{L}} r}{3}. \quad (11)$$

В (11) учтено, что для излучения $\varepsilon_{\text{r}} + 3p_{\text{r}} = 2\varepsilon_{\text{r}}$, а для космологической постоянной $\varepsilon_{\text{L}} + 3p_{\text{L}} = -2\varepsilon_{\text{L}}$, где ε_{r} и p_{r} — плотность энергии и давление излучения, ε_{L} и p_{L} — плотность энергии и давление космологической постоянной. Для общности учтена также возможность наличия затравочной массы $M_{\text{ВН}}$, например массы чёрной дыры в центре.

Рассмотрим сначала сценарий образования сгустков на стадии доминирования вещества. Рассматриваемые нами мелкомасштабные возмущения образуются при $z \gg 1$ ($t \ll t_{\text{L}}$), когда вкладом тёмной энергии в общую плотность Вселенной можно пренебречь. Начальные условия для (11) задаются на основе линейной теории возрастания возмущений, в рамках которой возмущения в тёмной материи возрастают как [2]

$$\delta(k, z) \simeq \frac{27}{2} \Phi_1(k) \frac{1 + z_{\text{eq}}}{1 + z} \ln(0,2k\eta_{\text{eq}}), \quad (12)$$

где Φ_1 — гравитационный потенциал возмущений в ту эпоху, в которую их масштаб был много больше космологического горизонта. Распределение по Φ_1 может быть получено из (7). Спектр мощности потенциала описывается формулой, аналогичной (7), но с $A_{\Phi} = (4/9) A_{\mathcal{R}}$ [2]. Хотя для оценок можно полагать $\delta \simeq \delta_{\text{eq}}(t/t_{\text{eq}})^{2/3}$, выражение (12) даёт более точный результат, так как переход на пылевидную стадию с уравнением состояния $p = 0$ растянут по времени.

При $t \gg t_{\text{eq}}$ нелинейная стадия эволюции возмущений описывается уравнением (11) без двух последних членов в правой части и с $M_{\text{ВН}} = 0$:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2}. \quad (13)$$

Начальная скорость расширения слоя отстаёт от скорости хаббловского расширения вследствие наличия пекулярных скоростей, направленных к центру возмущения. Эти скорости можно задать на основе линейной теории [128], согласно которой в случае плоской модели Вселенной

$$\mathbf{v} = \frac{Ha}{4\pi} \nabla_{\mathbf{x}} \int \frac{d^3 x' \delta(\mathbf{x}')}{|\mathbf{x}' - \mathbf{x}|}. \quad (14)$$

Тогда начальная скорость расширения сферического слоя в некоторый момент $t_i \gg t_{\text{eq}}$ (но пока $\delta(t_i) \ll 1$) примет вид $dr/dt(t_i) = H(t_i)(1 - \delta_i/3)$. Решение уравнения (13) при указанных начальных условиях выражается параметрически [128] как

$$r = r_s \cos^2 \theta, \quad \theta + \frac{1}{2} \sin(2\theta) = \frac{2}{3} \left(\frac{5\delta_i}{3}\right)^{3/2} \frac{t - t_s}{t_i}, \quad (15)$$

где t_s — момент максимального расширения, а θ — параметр,

$$t_s = t_i \left[1 + \frac{3\pi}{4} \left(\frac{5\delta_i}{3}\right)^{-3/2} \right], \quad (16)$$

r_s — радиус слоя в момент максимального расширения,

$$r_s = r_i \left(\frac{3}{5\delta_i} \right). \quad (17)$$

Если предположить, что в начальный момент хаббловский поток не возмущён (такая ситуация может иметь место для энтропийных возмущений в момент, близкий к t_{eq} , т.е. в $dr/dt(t_i)$ отсутствует поправка $\delta_i/3$, то тогда в формулах (15)–(17) необходимо сделать замену $5\delta_i/3 \rightarrow \delta_i$ [76, с. 40].

В момент $t_c = 2t_s$ формально должен был бы произойти коллапс слоя в точку, но в рассматриваемой простой модели полагается, что до этого момента при сжатии от радиуса $r = r_s$ до $R \equiv r_s/2$ сферический слой вириализуется и сжатие останавливается. Вириализация, которая представляет собой перемешивание и релаксацию различных элементов вещества внутри слоя, происходит вследствие радиальных колебаний, наличия в сжимающемся сгустке неоднородностей и нерадиальных движений вещества. Эти процессы занимают некоторое время, поэтому вириализация в основном завершается только к моменту $t \simeq 3t_s$ [125].

Дальнейшее возрастание массы протогало до его слияния с другими объектами происходит за счёт обособления и вириализации новых сферических слоёв, если возмущение имеется и на большем масштабе. Как правило, возмущение на больших масштабах с течением времени становится всё меньше, что приводит к более поздним коллапсам. При достижении границы раздела с нулевой энергией, когда $\delta_i = 0$, рост объекта прекращается. После вириализации система становится сильно нелинейной, $\delta \gg 1$, но если первоначальное возмущение плотности формально экстраполировать до момента t_c по линейному закону, то получим величину возмущения $\delta_c = \delta_i(t_c/t_i)^{2/3} = 3(12\pi)^{2/3}/20 \simeq 1,686$. Критерий образования объекта $\delta(t_c) = \delta_c$ используется в теории Пресса–Шехтера, из него может быть найден момент коллапса t_c . В этот момент плотность вириализованного объекта в $\kappa = 18\pi^2 \simeq 178$ раз больше средней плотности Вселенной $\bar{\rho}_{int} = \kappa\bar{\rho}(z_c)$, а его радиус

$$R = \left(\frac{3M}{4\pi\bar{\rho}_{int}} \right)^{1/3}. \quad (18)$$

Величину возмущения выражают в единицах среднеквадратичных возмущений $v = \delta/\sigma$; типичные объекты образуются из возмущений $v \sim 1-2$. Часто в качестве вириального радиуса берётся радиус r_{200} , средняя плотность тёмной материи внутри которого в 200 раз больше средней плотности во Вселенной.

На рисунке 2 показана средняя плотность ρ сгустка, полученная в рамках описанного здесь формализма, в зависимости от массы M сгустка для различных показателей степени n_s спектра первичных возмущений, причём формально допускается, что возможна любая величина массы M .

3.2. Сферическая модель для энтропийных возмущений

Эволюция энтропийных возмущений, в том числе на радиационно-доминированной (РД) стадии, подробно исследована в [85]. Основное отличие энтропийных возмущений от адиабатических проявляется на космо-

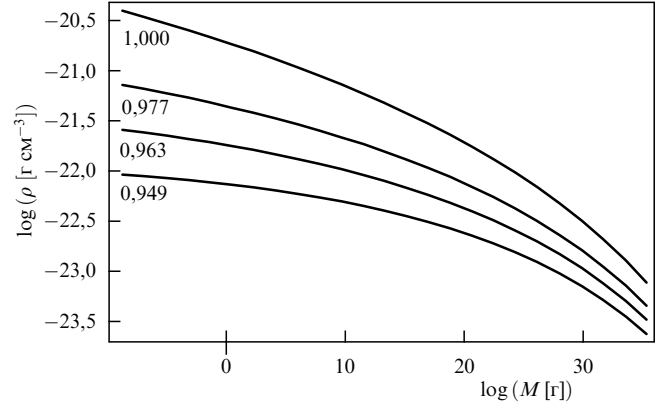


Рис. 2. Средняя плотность ρ сгустка в зависимости от его массы M для указанных около кривых значений показателя степени n_s спектра первичных возмущений. Расчёт выполнен в рамках простой сферической модели для пылевидной стадии.

гической стадии доминирования излучения. На этой стадии адиабатические возмущения внутри горизонта, до тех пор пока они малы, возрастают логарифмически, в то время как энтропийные возмущения малой амплитуды являются "замороженными" и, согласно решению Мезароша, к моменту t_{eq} увеличиваются всего в 5/2 раза. Однако достаточно большие энтропийные возмущения могут эволюционировать и приводить к образованию сгустков ещё на РД-стадии.

Уравнение для эволюции сферического слоя (11) удобно привести к следующему виду [85, 129]:

$$y(y+1) \frac{d^2b}{dy^2} + \left(1 + \frac{3}{2}y\right) \frac{db}{dy} + \frac{1}{2} \left(\frac{1+\delta_i}{b^2} - b \right) = 0, \quad (19)$$

где $y = a(\eta)/a_{eq}$, $d\eta = dt/a(t)$ — конформное время, $a_{eq} = a(\eta_{eq})$, $\delta_i = \delta\rho_{DM}/\rho_{DM}$ — начальное относительное возмущение плотности тёмной материи. Радиус возмущённой области здесь параметризован следующим образом:

$$r = a(\eta) b(\eta) \xi, \quad (20)$$

где ξ — начальная сопутствующая координата, а функция $b(\eta)$ учитывает замедление расширения.

Космологическое расширение сгустков останавливается в тот момент, когда $dr/dt = 0$, что равносильно условию $db/dy = -b/y$ [85]. Обозначим b и y в момент остановки расширения как b_{max} и y_{max} соответственно. В этот момент плотность холодной тёмной материи в сгустке

$$\rho_{max} = \rho_{eq} y_{max}^{-3} b_{max}^{-3} \quad (21)$$

и радиус сгустка

$$R_{max} = \left(\frac{3M}{4\pi\rho_{max}} \right)^{1/3}. \quad (22)$$

Далее объект вириализуется, сжимаясь по радиусу примерно в два раза.

В случае энтропийных возмущений начальные данные имеют вид $\delta_i = \delta\rho_{DM}/\rho_{DM}$ и $db/dt = 0$ [85]. Согласно

результатам численных расчётов [85], плотность сгустка с хорошей точностью аппроксимируется выражением

$$\rho \simeq 140\delta_1^3(\delta_1 + 1)\rho_{\text{eq}}. \quad (23)$$

Например, $\delta_1 \simeq 10^0 - 10^4$ в случае аксионной тёмной материи и возникающие "аксионные миникластеры" [84] имеют массы в диапазоне $\sim (10^{-13} - 10^{-1}) M_\odot$. Возможные наблюдательные проявления аксионных миникластеров в гало Галактики обсуждались в [85, 104].

3.3. Сферическая модель для адиабатических возмущений на стадии радиационного доминирования

Для того чтобы аналогичным образом рассмотреть эволюцию адиабатических возмущений на РД-стадии, необходимо для (19) выбрать начальные условия исходя из соответствия с линейным решением при $\delta \ll 1$. На масштабах, меньших горизонта [37],

$$\delta = \frac{3A_{\text{in}}}{2} \left(\ln \frac{k\eta}{\sqrt{3}} + \gamma_E - \frac{1}{2} \right), \quad (24)$$

где $\gamma_E - 1/2 \approx 0,077$, $A_{\text{in}} = \delta_h/\phi$, $\phi \simeq 0,817$, δ_h — возмущение плотности излучения в момент пересечения горизонта. При $k\eta \gg 1$ и $y \ll 1$ имеем связь [88]

$$k\eta = \frac{\pi}{2^{2/3}} \left(\frac{3}{2\pi} \right)^{1/6} \frac{yc}{G^{1/2} M^{1/3} \rho_{\text{eq}}^{1/6}}. \quad (25)$$

Величину b в (20) можно выразить через δ следующим образом [129]:

$$b = (1 + \delta)^{-1/3}. \quad (26)$$

Это соотношение означает переход от эйлерова описания эволюции возмущений (24) к лагранжеву описанию (19). Для адиабатических возмущений можно положить $\delta_i = 0$, но начальная скорость db/dt отличается от нуля и определяется линейной стадией эволюции.

Удобно связать аналитическое решение (24), полученное в линейной теории, с численным решением нелинейного уравнения (19) в момент времени, соответствующий "переходному" значению возмущения $\delta = 0,2$ (см. [88]). В этот момент мы определяем начальную скорость сферического слоя

$$\frac{db}{dy} = -\frac{\delta_h b^4}{2y\phi}. \quad (27)$$

Пример эволюции $\delta = b^{-3} - 1$ приведён на рис. 3.

Линейная версия, при $\delta \ll 1$, описанного здесь формализма (включая решение линейного предела уравнения (19) на РД-стадии), обычно применяется для вычисления передаточной функции и спектра возмущений на пылевидной стадии [90]. Однако в случае достаточно больших возмущений сгустки могут формироваться уже на РД-стадии.

Характерные величины плотностей сгустков ρ (сечения поверхности на рис. 4) показаны на рис. 5. Видно, что при малых δ_h кривые сходятся к $\rho \sim \rho_{\text{eq}} \sim 10^{-19}$ г см⁻³. Это соответствует решению (15), согласно которому эволюция возмущений на пылевой стадии не зависит от массы, а определяется только начальной (при $t = t_{\text{eq}}$) величиной возмущения.

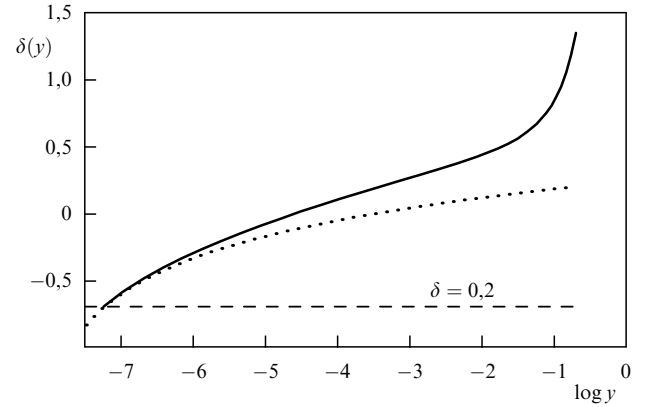


Рис. 3. Пример эволюции возмущения плотности δ холодной тёмной материи при $\delta_h = 0,04$, $M = 0,1 M_\odot$, $\Omega_m = 0,3$. До точки ($y_i = 4 \times 10^{-6}$, $\delta_i = 0,2$) сплошная кривая получена по формуле (24), а при $y > y_i$ — численным решением уравнения (19). Остановка космологического расширения сгустка происходит на стадии радиационного доминирования при $y = a/a_{\text{eq}} \simeq 0,5$. Пунктирной кривой показана эволюция δ по линейной теории (24).

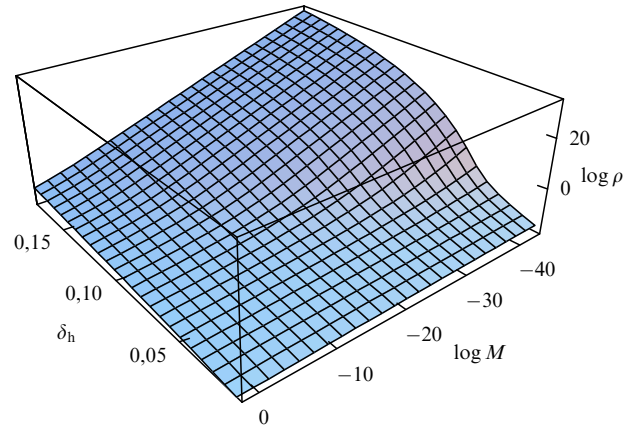


Рис. 4. Средняя плотность сгустков ρ [г см⁻³] в зависимости от их массы M (в единицах M_\odot) и величины возмущения плотности излучения δ_h на масштабе горизонта.

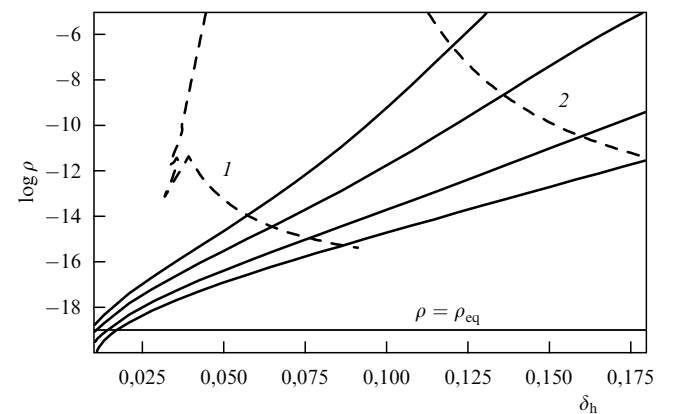


Рис. 5. Средняя плотность ρ [г см⁻³] сгустков в зависимости от величины возмущения δ_h в плотности излучения на масштабе горизонта; сплошные кривые (сверху вниз) соответствуют массам сгустков $M = 10^{-11} M_\odot$, $10^{-6} M_\odot$, $10^{-1} M_\odot$, $10^2 M_\odot$. Штриховые кривые показывают ограничение на плотность сгустков на основе эффекта перепроизводства первичных чёрных дыр с порогом их образования $\delta_{\text{th}} = 1/3$ (кривая 1) и $\delta_{\text{th}} = 0,7$ (кривая 2).

Для образования сверхплотных сгустков необходим избыток возмущений на малых масштабах, например, в форме пиков. Из (8) видно, что возмущения с простым степенным спектром и $n_s < 1$ слишком малы для формирования сгустков на РД-стадии. Отметим, что сверхплотные сгустки, образовавшиеся из максимума в спектре, долгое время не входят в состав иерархических структур и поэтому почти не разрушаются приливными силами, а их функция масс сосредоточена в окрестности некоторой массы, соответствующей положению максимума.

Сценарий образования сгустков из адиабатических возмущений на РД-стадии ограничен по эффекту образования ПЧД. Для модели "нейтральных звёзд", т.е. для масс, близких к $\sim 0,1 M_\odot$, это ограничение изучено в [88]. Следуя, например, [24, 96, 98], предположим, что на некотором сопутствующем масштабе $\xi = r/a(t)$ в спектре космологических возмущений имеется достаточно высокий максимум. Флуктуации с $\delta_h > \delta_{th} \sim 1/3$ коллапсируют в ПЧД, а меньшие возмущения превращаются в сгустки. Массовая доля таких сгустков в составе тёмной материи выражается, как и в (10), интегралом [103]

$$\beta_{cl} = \int_0^{\delta_{th}} \frac{d\delta_h}{\sqrt{2\pi} \Delta_h} \exp\left(-\frac{\delta_h^2}{2\Delta_h^2}\right). \quad (28)$$

Как отмечалось в разделе 2.5, во избежание перепроизводства ПЧД необходимо, чтобы выполнялось условие $\Delta_h \ll \delta_{th}$, поэтому $\beta_{cl} \approx 1/2$. То есть половина тёмной материи находится в области положительных возмущений. Однако не каждое такое возмущение может эволюционировать в сгусток. В разделе 3.4 мы уточним долю сверхплотных сгустков в составе тёмной материи с учётом эффекта несферичности возмущений.

Связь массы ПЧД, которая по порядку величины равна полной массе вещества под горизонтом M_h , с массой тёмной материи M во флуктуациях того же сопутствующего масштаба в момент пересечения горизонта $t_h \simeq GM_h/c^3$ имеет вид [88]

$$M_h = \frac{1}{2^{2/3}} \left(\frac{3}{2\pi}\right)^{1/6} \frac{M^{2/3} c}{G^{1/2} \rho_{eq}^{1/6}} \simeq \quad (29)$$

$$\simeq 1,5 \times 10^5 \left(\frac{M}{0,1 M_\odot}\right)^{2/3} M_\odot. \quad (30)$$

С помощью (10) и (29) можно выразить космологический параметр плотности ПЧД Ω_{bh} в настоящий момент через возмущения тёмной материи. Таким образом, ПЧД дают ограничения на параметры сгустков, показанные на рис. 5. Острый угол на кривой l соответствует ПЧД, которые испаряются в настоящее время по механизму Хокинга.

Напомним, что формирование ПЧД происходит на хвосте гауссова распределения флуктуаций, а большинство сгустков образуется из флуктуаций со среднеквадратичной величиной $\delta \sim \Delta_h$. Поэтому, повторим, далеко не каждая флуктуация, из которой возник сгусток, могла в момент t_h коллапсировать в ПЧД. Другими словами, из-за высокого порога образования ПЧД большая часть флуктуаций не коллапсировала в ПЧД, а продолжала эволюционировать (рис. 6).

Поскольку сгустки и ПЧД происходят из единого спектра возмущений, на основании распределения сгустков по массам и радиусам в принципе можно восстановить форму спектра возмущений и получить функцию

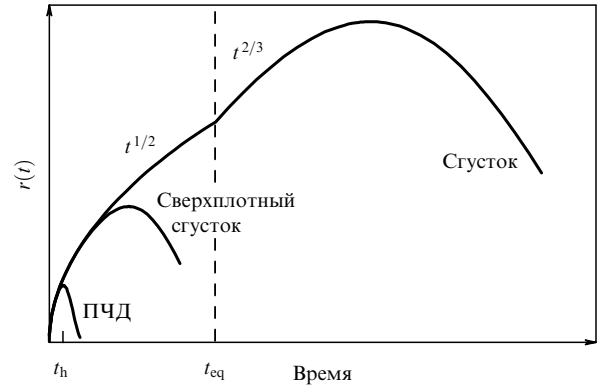


Рис. 6. Различные пути эволюции возмущения плотности в зависимости от его величины. Возмущения, превышающие пороговое значение, коллапсируют в первичные чёрные дыры сразу после момента пересечения горизонта t_h . Если величина возмущения недостаточно велика для образования ПЧД, но возмущённая область стала самогравитирующей на стадии доминирования излучения при $t < t_{eq}$, то образуется сверхплотный сгусток. Сгустки с меньшими плотностями образуются при $t > t_{eq}$.

масс ПЧД с помощью теории, подобной теории Пресса – Шехтера [114]. Такой расчёт станет возможным в случае обнаружения сгустков.

3.4. Несферические модели

Форма начальных возмущений, как правило, отлична от сферически-симметричной, причём асимметрия может возрастать с течением времени. Поэтому при исследовании образования сгустков нельзя ограничиться рамками простых сферических моделей.

Простейшим обобщением сферической модели является модель однородного эллипсоида (её детальное описание см., например, в [128, 130]). Хотя приближение однородного эллипсоида не учитывает возрастания плотности по направлению к центру и другие неоднородности, оно является полезным, поскольку позволяет учесть эволюцию несферичности в рамках простой аналитической модели, а также даёт возможность рассмотреть взаимодействие внешних приливных сил с квадрупольным моментом возмущения. Подобное взаимодействие приводит к увеличению угловых моментов протогалактик на стадии их формирования [130]. Эволюция однородного эллипсоида под влиянием собственной гравитации замечательна тем, что в процессе эволюции сохраняется эллипсоидальная форма объекта и он остаётся однородным по объёму, хотя при этом плотность и соотношение полуосей могут изменяться. Начальные скорости сжатия вдоль различных осей эллипсоида могут быть найдены через пекулярные скорости.

Применение в работе [131] модели однородного эллипсоида к проблеме образования сверхплотных сгустков на стадии доминирования излучения (обобщение модели, описанной в разделе 3.3) позволило найти фактор роста несферичности $s(t)$ возмущений. Можно положить, что граница допустимой итоговой несферичности имеет вид $s_f/b_f < 1$, а при большей несферичности произойдёт распад сгустка и он не вириализуется. Если фактор роста известен, то можно выразить условие образования сгустка через несферичность начальных данных: $s_i/b_i < (b_f/b_i)(s_i/s_f)$. Распределение гауссовых возмущений по их форме может быть рассчитано с по-

мощью результатов работ [132] или [89, 133]. Чем ближе форма возмущения к сферической, тем более редким является это возмущение. В итоге получено, что в случае наименее плотных сгустков, формирующихся при $t \leq t_{\text{eq}}$, вследствие несферичности начальных возмущений число образующихся сгустков уменьшается примерно на порядок величины. Для плотных сгустков, образующихся рано, при $t \ll t_{\text{eq}}$, это уменьшение может достигать 4–5 порядков.

Для объектов, образующихся на пылевидной стадии, модель эллипсоидального коллапса позволяет уточнить критерий образования гало в теории Пресса – Шехтера. В [133] получены поправки к сферической модели, которые позволили уточнить функции масс Пресса – Шехтера, и уточнённая функция масс широко применяется в теоретических расчётах формирования галактик и их скоплений.

Другой возможностью выхода за рамки сферического приближения является использование лагранжева метода описания возрастания возмущений. Замечательный пример представляет собой аппроксимация Зельдовича, которая позволяет исследовать трёхмерное гравитационное сжатие тёмной материи в различных аспектах [134, 135]. Аппроксимация Зельдовича обобщена для случая эволюции на РД-стадии в работе [129], где с её помощью получены поправки к линейной теории. Применяются и более простые лагранжевы подходы, в которых исследуют возрастание плотности тёмной материи под действием буста скорости, причём на протяжении большей части периода эволюции гравитационными силами пренебрегают. Таким способом исследуют, например, эволюцию сгустков из возмущений, создаваемых сильнонесферичными топологическими дефектами [107, 136].

3.5. Сгустки вокруг топологических дефектов

Топологические дефекты (бесконечные струны, петли космических струн и текстуры) как зародыши сгустков рассмотрены в [107]. Движущиеся бесконечные струны или петли создают буст скорости частиц тёмной материи, благодаря которому появляется избыток её плотности вдоль траекторий движения топологических дефектов.

Рассмотрим подробнее сценарий образования сгустков вокруг петель космических струн, служащих зародышами энтропийных возмущений, как описано в разделе 2.4. Эти сгустки образуются на космологической РД-стадии, и их плотность может быть много больше ρ_{eq} . Линейные топологические дефекты — космические струны — могут формироваться в ранних космологических фазовых переходах (см. обзоры [137, 138]). Кроме образования бесконечных струн возможно возникновение замкнутых петель из-за самопересечения струн [139, 140]. Только петли с малыми скоростями могут создать вокруг себя очень плотные сгустки [85]. Мы требуем, чтобы смещение струны начиная с момента её рождения t_i и до момента её распада t_d было малым по сравнению с радиусом петли $l/(2\pi)$. Для максвелловского распределения петель по скоростям можно оценить вероятность $P_{\text{v}} \sim 10^{-7}$ формирования петель, удовлетворяющих этому условию [141]. Однако требование малости смещения по сравнению с радиусом петли является избыточным. При его нарушении также может образоваться сгусток, хотя и с меньшей средней плотностью [136].

Формирование сгустков вокруг петель на РД-стадии исследовано в [85] на основе уравнения (19). В подходе [85] максимальная плотность сгустков ограничена адиабатическим расширением уже сформировавшихся во время испарения петель сгустков. В [141] найдена модификация данного ограничения по плотности в случае, когда распад петли происходит до вириализации сгустка. В этом случае плотность сгустка может достигнуть величины $\rho_{\text{cl}} \gg 140\rho_{\text{eq}}$.

Распределение петель по длинам получено в следующем виде [142]:

$$dn_{\text{loop}} = \frac{Nd/l}{c^{3/2}t^{3/2}l^{5/2}}, \quad (31)$$

где $N \sim 2$. Это распределение транслируется в распределение сгустков, которое может быть использовано для расчётов аннигиляционных сигналов [141] или исследования ионизации газа [136].

4. Внутренняя структура сгустков

Кроме усреднённых характеристик сгустков, очень важна их внутренняя структура, особенно в центральной области, где аннигиляция частиц тёмной материи может проходить наиболее эффективно благодаря высокой плотности. Модель галактик с профилем плотности, возрастающей по направлению к центру степенным образом, разработана в [105, 106] и [76] в рамках "модели вторичной аккреции". В модели вторичной аккреции предполагается, что тёмная материя "натекает" на изначально существующий в центре объект, или "затравочную массу" M_c , которой может служить какое-то компактное сгущение или чёрная дыра. Именно этот центральный объект создаёт возмущение $\delta = M_c/M$, как показано в разделе 2.4. В [76] также исследована в рамках приближённого подхода эволюция каустик, возникающих при гравитационном сжатии и пересечении слоёв тёмной материи. Впоследствии была предложена модель бездиссипативной гравитационной сингулярности [55–57], которая тоже даёт степенной профиль плотности, причём расчёты в [55–57] выполнены мощным методом адиабатических инвариантов, позволяющим детально проследить эволюцию в нелинейной области. Отметим принципиально важное преимущество модели, развитой в [55–57], над моделями вторичной аккреции. В [55–57] показано, что возмущение плотности с изначально плавным профилем под влиянием собственной гравитации принимает приблизительно степенной вид в отсутствие какой-либо затравочной массы:

$$\rho_{\text{int}}(r) = \begin{cases} \rho_c, & r < R_c, \\ \rho_c \left(\frac{r}{R_c}\right)^{-\beta}, & R_c < r < R, \\ 0, & r > R, \end{cases} \quad (32)$$

где ρ_c — плотность в центре сгустка, R_c — радиус, на котором прекращается возрастание плотности, R — вириальный радиус или радиус последнего слоя, обособившегося от космологического расширения и стабилизировавшегося после нелинейного сжатия, $\beta = 1,7–1,9$.

Поскольку гауссовы первичные возмущения плотности как раз и дают гладкие начальные условия, модель [55–57] более реалистично описывает происходящие

процессы. Однако пока мы рассматриваем формирование отдельного объекта из изолированного возмущения плотности. Слияния объектов в процессе иерархического сгущения могут заметно модифицировать профиль плотности (см. раздел 4.9).

Исследованию внутренней структуры сгустков посвящено множество работ, тем не менее до сих пор этот вопрос остаётся нерешённым в одной очень важной его части: какой физический процесс и на каком радиусе останавливает возрастание плотности во время формирования сгустков? Область, ограниченную окружностью с этим радиусом, называют сердцевинной или ядром сгустка. Радиус ядра очень важен для исследования аннигиляционных сигналов, поэтому в разделах 4.1–4.9 мы обсудим ряд процессов, возможно, ответственных за формирование центральной сердцевины.

4.1. Бурная релаксация и вириализация — физика процессов

Вириализация представляет собой перемешивание потоков тёмной материи до достижения всем гало состояния равновесия в пределах некоторого так называемого вириального радиуса. Вне этого радиуса перемешивание ещё не завершилось и продолжается падение по направлению к центру всё новых и новых сферических слоёв тёмной материи, которые отщепляются от космологического расширения. Вириализация происходит благодаря радиальным колебаниям, наличию больших неоднородностей и несферичных движений вещества. По терминологии Линдена-Белла [143], эти процессы называются "бурной релаксацией" (violent relaxation). Вириализация приводит к перераспределению энергии между различными сгущениями плотности и между кинетической и потенциальной энергиями.

Поскольку во время "бурной релаксации" частицы тёмной материи рассеиваются преимущественно на больших сгущениях и неоднородностях вещества, устанавливается приблизительно максвелловское распределение частиц по скоростям, а не по энергиям. При вириализации происходят также приливное разрушение больших сгущений, их перемешивание и формирование достаточно плавного профиля плотности. Полная энергия в некотором слое тёмной материи $E = T + U$ представляет собой сумму кинетической и потенциальной энергий. На линейной стадии $|E| \ll |T| \approx |U|$, но после вириализации $E \approx -T \approx U/2$. Это состояние возникает, когда слой сжимается по радиусу примерно вдвое, $R = R_{\max}/2$, после остановки расширения в момент t_s (поскольку потенциальная энергия слоя $U \approx GM/R$) и, соответственно, средняя плотность стабилизировавшегося объекта $\rho = 8\rho(t_s)$.

В рассматриваемом подходе обоснованно принимается, что большая часть массы тёмной материи сосредоточена во внешних слоях, которые только что испытали вириализацию, поэтому вклад внутренней массы в величину средней плотности не очень существен.

Первоначальная концепция "бурной релаксации" Линдена-Белла была основана на радиальных осцилляциях объекта, сопровождающихся быстрыми вариациями гравитационного потенциала. С развитием иерархической картины формирования крупномасштабной структуры стало понятно, что нерадиальные движения во время слияния объектов, которые представляют собой крупные неоднородности, также создают перемен-

ный гравитационный потенциал, приводящий к "бурной релаксации" в формирующемся гало [144]. Иерархическое сгущение и связанная с ним релаксация создают помимо вириализации универсальный профиль плотности, например профиль НФУ. Согласно результатам расчётов [145], для наступления релаксации важно наличие неустойчивости в фазовом пространстве, фазового перемешивания и умеренной "бурной релаксации".

Нерадиальные движения частиц тёмной материи в гало играют важную роль в процессах релаксации, поскольку эти движения приводят к перемешиванию тёмной материи внутри каждого слоя тёмной материи с перераспределением энергии до достижения состояния вириального равновесия. Причиной нерадиального движения являются слияния различных субгало, изначально присутствовавшие неоднородности и приливные силы со стороны внешнего распределения массы. Отметим важный механизм перераспределения энергии между слоями — адиабатический захват в многопотоковом режиме [55–57]. Хотя этот механизм работает только в радиальном направлении, он также приводит к универсальному профилю плотности изолированного гало $\rho \propto r^{-1.8}$.

В реальной ситуации даже в случае изолированного объекта, сформировавшегося из пика в спектре возмущений на некотором масштабе k , должны присутствовать неоднородности и несферичность на масштабах $\Delta k \sim k$. Таким образом, в начале нелинейной стадии мы имеем протообъект, состоящий из нескольких (например, числом N) больших неоднородностей с массами $M_s \sim M/N$. Время двухчастичной релаксации в этом "скоплении"

$$t_r \simeq \frac{N t_{\text{dyn}}}{10 \ln N} \quad (33)$$

не намного отличается от динамического времени t_{dyn} . Таким образом, объект испытывает "бурную релаксацию" с перераспределением энергии за счёт парных рассеяний больших неоднородностей, и в итоге этот эффект приводит к вириализации.

Вириализация рано формирующихся сгустков может происходить даже на РД-стадии. Есть ли в этом случае какие-нибудь новые черты, отличающие его от случая обычной "бурной релаксации" на стадии доминирования вещества? Новой особенностью нелинейной эволюции сгустков на РД-стадии могут являться дезинтеграция и распад очень нерегулярных протогало. Действительно, если протогало достаточно вытянуто, то масса излучения внутри минимальной содержащей протогало сферы будет превосходить массу тёмной материи и самогравитация объекта не сможет удержать его части вместе. Протогало распадётся, и его части разлетятся, испытывая космологическое расширение. Для изучения границы несферичности, при которой начинается такой режим эволюции, желательно провести численное моделирование образования сгустков на РД-стадии.

4.2. Вторичная аккреция, автомодельные решения и "ультракомпактные минигало"

В духе моделей вторичной аккреции [76, 105, 106] предположим, что на стадии доминирования излучения имеется затравочная масса M_c , а в некоторой области пространства вблизи неё до наступления пылевидной стадии тёмная материя распределена однородно (влияние соседних возмущений обсудим позднее). При $t \ll t_{\text{eq}}$ в масштабах масс $M \gg M_c$ возмущение в тёмной материи

$\delta_i = M_c/M$ не эволюционирует. Действительно, согласно решению Мезароша, $\delta = \delta_i(1 + 3x/2)$, где $x = a/a_{\text{eq}}$ [128]. Это решение легко получить из уравнения (19) в линейном приближении. Далее при $t > t_{\text{eq}}$ можно воспользоваться решением (15) с указанной в разделе 3.1 заменой $5\delta_i/3 \rightarrow \delta_i$. Порог образования объекта в рамках сферической модели в этом случае выражается в виде $\delta(t) = \tilde{\delta}_c = (3\pi/2)^{2/3} \approx 2,81$. Тогда масса вириализованного объекта в зависимости от красного смещения примет вид

$$M(z) = \frac{3}{2} \left(\frac{2}{3\pi} \right)^{2/3} \frac{1+z_{\text{eq}}}{1+z} M_c \approx \approx 1,7 \times 10^3 \left(\frac{M_c}{10^2 M_\odot} \right) \left(\frac{1+z}{100} \right)^{-1} M_\odot, \quad (34)$$

причём $(3/2)[2/(3\pi)]^{2/3} \approx 0,53$, а радиус слоя $r_c = r_s/2$, испытавшего вириализацию,

$$r_c = \frac{1}{3} \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{1/3} \frac{M^{4/3}}{\rho_{\text{eq}}^{1/3} M_c} \approx \approx 3,2 \left(\frac{M_c}{10^2 M_\odot} \right)^{1/3} \left(\frac{1+z}{100} \right)^{-4/3} [\text{пк}]. \quad (35)$$

Используя связь массы гало с его радиусом (35), находим профиль плотности:

$$\rho(r) = \frac{1}{4\pi r_c^2} \left. \frac{dM(r_c)}{dr_c} \right|_{r_c=r} \approx \approx 3 \times 10^{-21} \left(\frac{r}{1 \text{ пк}} \right)^{-9/4} \left(\frac{M_c}{10^2 M_\odot} \right)^{3/4} [\text{г см}^{-3}]. \quad (36)$$

В случае некомпактной центральной массы, например протяжённого скопления ПЧД, профиль плотности отличается от $\rho \propto r^{-9/4}$. Добавление новых сферических слоёв на периферии не оказывает сильного влияния на уже сформировавшийся внутренний профиль ввиду относительно большой плотности в центральных областях, что подтверждается аналитическими оценками и результатами численных экспериментов [145]. Постоянный поток новой массы на систему приводит к тому, что её состояние примерно на 10 % смещено от вириального равновесия, т.е. константа в соотношении энергий $2T/|U| = \text{const}$ отлична от единицы [145].

Полная масса индуцированного гало возрастает со временем, поскольку всё больше удалённых областей отделяется от космологического расширения и вириализуется вокруг зародыша. Рост индуцированного гало прекращается в ту эпоху, в которую на нелинейную стадию выходят обычные (образовавшиеся из инфляционных возмущений) флуктуации плотности тёмной материи с массой M , равной массе индуцированного гало. Законы возрастания $\propto t^{2/3}$ обычных возмущений и возмущений, индуцированных затравочной массой, одинаковы, поэтому условие прекращения роста гало выражается [146, 147] просто как

$$v\sigma_{\text{eq}}(M) = \frac{9}{10} \frac{M_c}{M}, \quad (37)$$

где v — величина возмущения плотности в единицах среднеквадратичной величины флуктуаций. Правая часть уравнения (37) обозначает амплитуду флуктуаций, вызванных массой M_c с учётом указанных выше двух

поправочных коэффициентов. Левая часть уравнения обозначает обычные гауссовы флуктуации в момент t_{eq} . Численное решение уравнения (37) даёт итоговую среднюю массу индуцированного гало, которая при $M_c \sim (10^0 - 10^4) M_\odot$ оказывается равной $M \sim 10^2 M_c$. В [103, 148–152] предполагалось, что окончание роста сгустков происходит при $z \sim 10-30$, когда начинают активно формироваться крупномасштабные структуры в тёмной материи. Более точный количественный критерий окончания роста даётся уравнением (36).

В частности, по рассмотренному в этом разделе механизму могут образовываться сгустки вокруг ПЧД [146–148, 150], а впервые идея о том, что ПЧД могут служить зародышами для образования более масштабных протяжённых объектов, была высказана в [153]. Аннигиляция тёмной материи в минипиках вокруг чёрных дыр (звёздного происхождения или образовавшихся в результате коллапсов газовых облаков в первых гало) рассматривалась в [154]. Особый интерес представляет случай, в котором частицы тёмной материи аннигилируют в монохроматическую линию. Эта линия будет испытывать уширение вследствие релятивистских эффектов вблизи горизонта чёрной дыры, что даёт наблюдательный критерий в поиске аннигиляции тёмной материи вблизи чёрных дыр [155]. Характер уширения линии должен зависеть от распределения плотности тёмной материи на расстоянии до нескольких гравитационных радиусов от чёрной дыры, однако детальных расчётов этой зависимости пока не проводилось.

В [76, 156] в рамках модели вторичной аккреции найдены автомодельные режимы аккреции, при которых в процессе коллапсов новых сферических слоёв поддерживается степенной профиль плотности. Однако для реализации такого режима требуется изначально сингулярный профиль плотности $\delta\rho_i \propto r^{-\varepsilon}$ с бесконечной плотностью в центре протогало. Тогда скорость возрастания вириального радиуса r_s будет зависеть от параметра ε , а характеристики всех гало в автомодельных решениях будут выражаться через переменную $X = r/r_s$. Изначально возмущение плотности не было сингулярным, поэтому плотность в центре может быть меньше, чем в автомодельных решениях, а завершение аккреции новых слоёв может привести к окончанию автомодельного режима и более пологому профилю плотности $\rho \propto r^{-3}$ на периферии гало [145]. Образование сингулярных профилей из первоначально гладких возмущений моделью вторичной аккреции и автомодельными решениями не объясняется. Эта проблема была решена А.В. Гуревичем и К.П. Зыбиным [55–57].

В последнее время в ряде работ [103, 148–152, 154, 157–163] были рассмотрены так называемые ультракомпактные минигало — сгустки, образовавшиеся очень рано (в начале пылевидной стадии) из больших возмущений плотности различной природы: пиков в спектре или возмущений, усиленных в результате фазовых переходов в ранней Вселенной. Важная идея, которая сформулирована в [158, 159], заключается в том, что ограничения по аннигиляции позволяют в принципе ограничить спектр первичных возмущений, из которых формируются сгустки. При достаточно сильном аннигиляционном сигнале будут нарушены наблюдательные ограничения по гамма-фону, а также может произойти задержка рекомбинации водорода или сместиться эпоха реионизации Вселенной, что найдёт отражение в спектре реликтового

излучения. Однако для надёжного установления таких ограничений необходимо знать, помимо свойств частиц тёмной материи, внутреннюю структуру сгустка, особенно в его центральной области (сердцевине).

Если сгусток сформировался вокруг сверхплотного сгустка, который в свою очередь возник на РД-стадии, то тогда также необходима модификация плотности в центре объекта. Для расчёта средней плотности центрального сверхплотного сгустка требуется формализм [85, 88, 164], описанный в разделе 3.3. В сверхплотных сгустках из-за их обособленности, вероятно, формируется профиль Гуревича–Зыбина. Вопрос о радиусе сердцевины сверхплотных сгустков также пока не решён.

4.3. Бездиссипативная гравитационная сингулярность (теория Гуревича–Зыбина)

Развитию бездиссипативной гравитационной сингулярности посвящён подробный обзор [57], поэтому данную модель, несмотря на её важность, мы обсудим очень кратко.

Рассмотрим некоторое обособленное возмущение с изначально гладким профилем плотности. Благодаря тому что адиабатические возмущения характеризуются одной скалярной функцией, через производные которой выражаются пекулярные скорости (возмущения относительно однородного Хаббловского потока), в [55–57] удалось с помощью введения некоторой эффективной плотности свести задачу к рассмотрению коллапса возмущения плотности из состояния покоя. Был найден закон нелинейного возрастания плотности возмущения при предположении малого отклонения от сферической симметрии. Плотность в центре возмущения возрастает и в некоторый момент формально становится бесконечной, и с этого момента возникает пересечение потоков тёмной материи.

Новизна подхода [55–57] и ключевой фактор его успеха заключались в использовании метода адиабатических инвариантов в многопоточковом режиме эволюции. Сохранение адиабатических инвариантов позволило найти функцию распределения частиц тёмной материи в формирующемся гало. В результате было показано, что в нелинейном режиме при $\delta \geq 1$ развивается многопоточковая неустойчивость и в сгустке формируется степенной профиль плотности (32). Формирующийся сгусток после остановки космологического расширения начинает сжиматься и в итоге приобретает радиус $R = \lambda R_{\max}$, где λ — коэффициент нелинейного сжатия. Обычно считается [165], что сгусток после остановки космологического расширения вириализуется, сжимаясь по радиусу в два раза, т.е. $\lambda = 0,5$, однако согласно теории гравитационной неустойчивости в многопоточковой области $\lambda \simeq 0,3$ [166]. В [55–57] радиус сердцевины сгустка оценён как $R_c/R \simeq \delta_{\text{eq}}^3 \ll 1$ из рассмотрения поля скоростей в затухающей моде возмущений.

Как указывалось в разделе 4.2, важным достижением теории Гуревича–Зыбина является то, что она объяснила формирование гало со степенными профилями плотности из изначально гладких возмущений в отсутствие затравочной центральной массы, необходимой в моделях со вторичной аккрецией. Эффект, пока в полной мере не учтённый в рамках этой теории, — это иерархические слияния гало различных масштабов, которые сейчас считаются основным фактором формирования универсального профиля плотности. В целом теория [55–57]

хорошо соответствует данным наблюдений и результатам численного моделирования на промежуточных радиусах. Однако в центральной области гало галактик показатель степени β в профиле (32), вероятно, не может принимать значений $\beta = 1,7–1,9$, указанных в [55–57], поскольку наблюдения микролинзирования и динамики звёзд свидетельствуют о том, что вблизи центра Галактики $\beta \leq 1,5$ [167]. Напротив, в центрах сгустков с минимальной массой и сгустков, образующихся в модели с максимумом в спектре возмущений, значения $\beta = 1,7–1,9$ вполне возможны, поскольку такие сгустки образуются из обособленных гладких возмущений плотности.

4.4. Ограничения на радиус сердцевины из теоремы Лиувилля

Ограничение на максимальную плотность объекта, которое следует из ограничения на фазовую плотность $F_L(p, q, t)$, сохраняющуюся согласно теореме Лиувилля, было рассмотрено в [168] применительно к гипотетическим тяжёлым лептонам. Для выполнения теоремы Лиувилля необходим лишь гамильтонов характер системы. Теорема Лиувилля остаётся справедливой и при возникновении многопоточковых течений (образовании каустик), поскольку в фазовом пространстве функция распределения остаётся однозначной.

Если аннигиляция частиц и другие эффекты, нарушающие условия теоремы Лиувилля, не важны, то $F_L(p, q, t) = \text{const}$ на траекториях частиц. К сожалению, R_c может быть только ограничен, но не найден с помощью теоремы Лиувилля, применённой лишь к начальному и конечному состояниям сгустков. Это связано с генерацией энтропии в промежуточных процессах, что учитывается в энтропийной теории [79]. Другими словами, фазовый объём становится очень дисперсным в процессе нелинейного перемешивания тёмной материи (см. рис. 8.3 в книге [2]).

В астрофизике для удобства сопоставления с наблюдениями принято использовать величину $Q = \rho/\sigma^{3/2}$ как функцию распределения, где $\sigma = \langle v_{\parallel}^2 \rangle = \langle v^2 \rangle/3$ — одномерная дисперсия скоростей. Численное моделирование показывает, что на протяжении нескольких порядков величины по радиусу $Q \propto r^{-1,875}$ [169]. Для теоретических оценок в качестве функции распределения в центре сгустка можно взять $f_c = \rho_c/v^3$, где ρ_c — плотность в сердцевине, v — характерная скорость частиц в сердцевине. Для приблизительно изотермического профиля $\rho(r) \propto r^{-2}$ скорость v порядка вириальной скорости во всём сгустке.

Найдём ограничение на R_c из теоремы Лиувилля, применённой к начальному и конечному состояниям. Существуют два источника начальной энтропии или начальной дисперсии скоростей σ : тепловые скорости частиц тёмной материи в момент отщепления (decoupling) и пекулярные скорости в случае адиабатических возмущений плотности.

Тепловая часть может быть найдена через функцию распределения в момент кинетического отщепления t_d [2, раздел 8.3.2]. Газ нейтрально является нерелятивистским и невырожденным в момент t_d , поэтому хорошей аппроксимацией для функции распределения в этот момент будет распределение Максвелла:

$$f_p(p) d^3r d^3p = \frac{\rho_m}{m(2\pi mk_B T)^{3/2}} \exp\left(-\frac{p^2}{2mk_B T}\right) d^3r d^3p. \quad (38)$$

Таблица. Параметры сгустков для трёх примеров и относительные радиусы сердцевин, обусловленные различными эффектами, обсуждавшимися в тексте

Пример	M/M_\odot	$\bar{\rho}$, г см ⁻³	δ	x_c , тепловые скорости*	x_c , пекулярные скорости**	x_c , аннигиляция***
1	10^{-6}	3×10^{-23}	$\delta_{\text{eq}} = 0,009$	4×10^{-3}	6×10^{-12}	$2,6 \times 10^{-5}$
2	10^{-6}	$4,2 \times 10^{-16}$	$\delta_{\text{h}} = 0,05$	$2,4 \times 10^{-1}$	1×10^{-1}	1×10^{-1}
3	10^{-1}	$2,5 \times 10^{-17}$	$\delta_{\text{eq}} \simeq 1$	4×10^{-4}	1×10^{-2}	$2,5 \times 10^{-2}$

* Ограничение на $x_c = R_c/R$ по теореме Лиувилля.
 ** Ограничение на $x_c = R_c/R$ по пекулярным скоростям.
 *** Ограничение на R_c/R по аннигиляции.

Здесь m — масса частицы тёмной материи, ρ_m — плотность тёмной материи, которая может быть выражена через температуру Вселенной в любой момент из закона сохранения локальной энтропии $g_* T^3 a^3 = \text{const}$, где g_* — эффективное число степеней свободы при температуре T . Функция распределения в сердцевине меньше начальной функции распределения, имеющей максимум при $p = 0$. Таким образом, $f_c < f_p(p = 0)$. Для изотермического профиля плотности в сгустке это условие даёт ограничение на относительный размер сердцевин

$$\frac{R_c}{R} > \frac{2\pi^{1/2}\bar{\rho}^{1/4}T_d^{3/4}}{3^{1/4}G^{3/4}M^{1/2}m^{3/4}\rho_m^{1/2}(t_d)}. \quad (39)$$

При расчёте использовался тот факт, что для изотермического профиля плотности $\rho(r) = \rho_c(r/R_c)^{-2}$ относительный радиус сердцевин $x_c = R_c/R$ выражается как $x_c = (\bar{\rho}/3\rho_c)^{1/2}$, где $\bar{\rho}$ и ρ_c — средняя и центральная плотности сгустка соответственно.

Пекулярные скорости, которые генерируются в результате гравитационной неустойчивости, могут играть роль, аналогичную роли тепловых скоростей в ограничении по теореме Лиувилля. Скорость возрастающей моды возмущения составляет 2/5 части от пекулярной скорости (14) [128]. После момента t_{eq} убывающая мода быстро затухает, развиваются пекулярные скорости, которые затем возрастают как $\propto t^{1/3}$. Однако плотность тёмной материи во Вселенной убывает как $\propto t^{-2}$, поэтому функция распределения в фазовом объёме уменьшается. Зададим начальный момент, близкий к $t \sim t_{\text{eq}}$. Вычисления аналогичны выполненным выше с заменой тепловых скоростей пекулярными, и радиус сердцевин получается в виде $R_c/R \simeq 0,01\delta_{\text{eq}}^{9/2}$. Результаты вычислений R_c/R для трёх примеров приведены в таблице (для случая нейтрально с $m = 100$ ГэВ и температуры отщепления $T_d \approx 25$ МэВ), из которой видно, что пекулярные скорости для стандартных сгустков не важны, но могут стать определяющим фактором для сверхплотных сгустков.

4.5. Энтропийная теория

Теоретические расчёты и численное моделирование методом N -тел профиля плотности гало галактических масштабов пока не могут полностью воспроизвести результаты наблюдений. У некоторых типов галактик (галактик с малой поверхностной яркостью (Low Surface Brightness (LSB) galaxy) и карликовых сфероидальных галактик) вместо предсказываемого сингулярного профиля плотности наблюдается достаточно большая сердцевина с постоянной или медленно нарастающей в направлении центра плотностью. Профиль плотности

вне центральной области также лучше описывается формулой Буркерта, чем аппроксимируемыми формулами, полученными в компьютерных расчётах (см. подробнее в разделе 4.9). В связи с этим возникла задача поиска новых факторов, которые могли бы объяснить такое расхождение.

В [79] были найдены эффекты, которые могут быть ответственными за наблюдаемую форму профилей плотности, — это влияние начальной энтропии, связанной с пекулярными скоростями малых возмущений на фоне гало, и генерация энтропии в процессе нелинейного сгущивания. В [79] начальная энтропия вычислена аналитически, а сгенерированная энтропия взята из результатов численного моделирования методом N -тел. Сегодня численное моделирование является единственным методом, который позволяет следить за изменением усреднённой функции распределения. Посредством объединения начальной и сгенерированной энтропий в [79] найдена энтропийная функция и рассчитаны профили плотности гало тёмной материи галактических масштабов. Как оказалось, учёт этих эффектов позволяет существенно улучшить согласие рассчитанного профиля плотности с наблюдаемым. Дополнительная энтропия обуславливает более эффективное формирование ядра (в [79] ядром называют профиль с $\beta \leq 1$). Важным элементом энтропийной теории является также то, что начальное гауссово распределение возмущений плотности приводит к достаточно широкому распределению галактик по свойствам их центральных областей. Поэтому даже галактики с одинаковой массой могут иметь разный вид центрального профиля плотности: часть этих галактик может иметь касп, а часть — ядро.

Энтропийная теория позволила объяснить профиль плотности галактик с достаточно большой массой. Однако для маломассивных галактик энтропийные поправки становятся малыми из-за малой величины начальной энтропии, что обусловлено малыми пекулярными скоростями в маломассивных гало [79]. Поэтому вопрос о применимости энтропийной теории к рассматриваемым нами мелкомасштабным сгусткам требует дополнительного исследования. Как показано в разделе 4.4, начальная энтропия может быть важным фактором для сверхплотных сгустков.

Расчёты с использованием энтропии и теоремы Лиувилля полезны тем, что они позволяют дать некоторые общие ограничения и предсказания без необходимости подробного исследования сложной гравитационной динамики. Разновидность энтропийной функции для исследования процессов фазового перемешивания и "бури релаксации" применялась также в [170].

4.6. Влияние приливных сил на профиль плотности

Модификация профиля плотности сгустка на стадии его формирования возможна под действием приливных сил со стороны внешних возмущений или внутренних неоднородностей плотности. Под влиянием этих факторов частицы формирующегося сгустка приобретают угловые моменты, что приводит к сглаживанию профиля плотности в центре сгустка и, возможно, к формированию сердцевин [39, 119, 171].

В рамках простой сферической модели, рассмотренной в разделе 3.1, с учётом поправки, обусловленной наличием приливных сил, получаем следующую величину характерного масштаба, на котором профиль плотности может испытать излом [39]:

$$x_c = \frac{R_c}{R} \simeq 0,3v^{-2}f^2(\delta_{\text{eq}}), \quad (40)$$

где v — введённая в разделе 3.1 высота пика — величина возмущений, выраженная в среднеквадратичных возмущениях, а функция $f \sim 1$. При возмущениях $v \sim 0,5-0,6$ величина $x_c \sim 1$, т.е. соответствующие сгустки разрушаются приливными силами ещё на стадии своего формирования. В [119] получено, что угловой момент частиц тёмной материи приводит к модификации профиля плотности, а именно к излому, напоминающему излом в профиле НФУ, и к формированию эффективной сердцевин в центре гало тёмной материи. Аналогичные результаты получены также в [171–174]. В [159] радиус сердцевин $R_c/R \sim 3 \times 10^{-7}$ оценён из рассмотрения нерадиальных скоростей.

Приливные силы отчасти препятствуют появлению центральной сингулярности плотности (или уменьшают расходимость плотности) в течение эволюции сгустка, но если эта сингулярность (очень большая плотность в центре сгустка) каким-либо образом сформировалась, то приливные взаимодействия уже практически не могут её разрушить, благодаря сохранению адиабатического инварианта. Действительно, в области сердцевин сгустка частицы осциллируют по орбитам с очень большими частотами, поэтому медленно изменяющиеся приливные силы не способны повлиять на их движение. Сгустки и особенно их сердцевин могут разрушаться лишь на более поздних этапах при взаимодействии со звёздами и дисками галактик.

4.7. Аннигиляционный предел максимальной плотности

В [175] максимальная плотность в центре сгустка оценена на основе темпа аннигиляции и времени, прошедшего с момента образования сгустка:

$$\rho(r_{\text{min}}) \simeq \frac{m}{\langle \sigma v \rangle (t_0 - t_f)}, \quad (41)$$

где t_0 — современный момент времени, t_f — момент формирования сгустка. Согласно этой оценке, радиус сердцевин возрастает с течением времени из-за аннигиляционных потерь частиц на орбитах, проходящих вблизи центра сгустка. Для изотермического профиля $\rho(r) \propto r^{-2}$ радиус сердцевин,

$$\frac{R_c}{R} \simeq \left(\frac{\langle \sigma v \rangle t_0 \bar{\rho}}{3m} \right)^{1/2}, \quad (42)$$

приведён в таблице для сечения аннигиляции $\langle \sigma v \rangle \simeq 3 \times 10^{-26} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$, соответствующего тепловому рож-

дению частиц, и $m = 100 \text{ ГэВ}$. Этот подход подразумевает, что орбиты частиц вблизи центра сгустка не заполняются вновь после аннигиляции находившихся на них частиц. Значение (41) использовалось для расчёта аннигиляционного сигнала от ультракомпактных мини-гало в [103, 149–152, 158, 159].

Противоположный случай с компенсацией потерь частиц рассмотрен в [176, 177]. Авторы [176] нашли радиус сердцевин, определяемый пределом по аннигиляции на стадии формирования гало тёмной материи. Минимальный радиус был получен из условия, что характерное время аннигиляции порядка джинсовского времени $t_{\text{halo}} \sim (G\bar{\rho})^{-1/2}$, потому что это время определяет характерный временной масштаб формирования гало. Характерный радиус сердцевин в этом случае

$$x_c^2 \simeq \frac{\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle \rho^{1/2}}{G^{1/2} m}. \quad (43)$$

В [177] радиус сердцевин уже сформировавшегося сгустка найден при предположении постоянного гидродинамического потока тёмной материи на центр сгустка. Принято, что время свободного падения частицы на центр сгустка равно характерному времени аннигиляции частиц в сердцевине и поток постоянно пополняется новыми частицами. Этот подход даёт самую консервативную из возможных оценок радиуса сердцевин.

В реальном сгустке внешние гравитационные возмущения должны приводить к частичной или полной регенерации орбит с малыми угловыми моментами, проходящих через область сердцевин сгустка. Заполнение орбит приведёт к большей плотности в центре по сравнению с (41).

4.8. Гравитермическая катастрофа для сверхтяжёлых частиц

Сверхтяжёлые частицы с массами $m \geq 10^{11} \text{ ГэВ}$ могут рождаться сразу после стадии инфляции вследствие нестационарности гравитационного поля или действия других механизмов и играть роль частиц тёмной материи [20–22, 178–180]. Ряд ограничений на возможные свойства сверхтяжёлых частиц тёмной материи приведён в обзоре [113].

Если сверхплотный сгусток состоит из сверхтяжёлых частиц, то может иметь место известный в звёздной динамике интересный эффект, называемый "гравитермической катастрофой" [164, 181]. В шаровых звёздных скоплениях неустойчивость и гравитермическая катастрофа развиваются в результате парных гравитационных рассеяний звёзд. Аналогичный процесс может стать главным фактором эволюции сверхплотных сгустков, образовавшихся рано на РД-стадии и состоящих из сверхтяжёлых частиц тёмной материи, рассеивающихся гравитационно друг на друге аналогично звёздам.

В режиме гравитермической катастрофы происходит испарение (вылет) частиц из сердцевин сгустков, которые при этом уменьшаются в размерах. Момент развития гравитермической катастрофы меньше возраста Вселенной лишь для экстремально плотных сгустков (см. подробнее в [164, 181]). Возникающий в результате гравитермической катастрофы сингулярный профиль плотности $\rho \propto r^{-2}$ формально продолжается до некоторого очень малого радиуса R_c . Существуют физические эффекты, которые ограничивают плотность: электрослабое рас-

сеяние частиц, аннигиляция частиц (рассмотренная в разделе 4.7) и давление вырожденного ферми-газа. Результаты расчётов [181] показывают, что для сверхтяжёлых частиц-фермионов в сверхплотных сгустках именно ферми-вырождение является определяющим эффектом. Максимальная плотность в сердцевине и, соответственно, радиус сердцевины могут быть найдены из равенства импульса ферми-частицы вырожденного газа и её вириального импульса на границе сердцевины $p_F = (3\pi^2)^{1/3}(\rho_c/m)^{1/3} = mv_c$, где $v_c = (GM_c/r_c)^{1/2}$ — скорость частиц на границе сердцевины, $M_c = (4\pi/3)\rho_c r_c^3$ — масса сердцевины. Выражая радиус сердцевины как $x_c = (\bar{\rho}/3\rho_c)^{1/2}$, получаем

$$x_c^2 = \pi^2 \frac{\bar{\rho}}{m^4} \left(\frac{GM}{R} \right)^{-3/2}. \quad (44)$$

Например, для сверхплотных сгустков с массой $M \sim 1 \times 10^5$ г, средней плотностью $\bar{\rho} \sim 3 \times 10^3$ г см⁻³ и $R \sim 3$ см радиус сердцевины $x_c \sim 10^{-11}$. Заметим также, что состоящие из тёмной материи сверхплотные объекты, поддерживаемые в равновесии давлением ферми-газа частиц тёмной материи, рассматривались в [182].

4.9. Численное моделирование методом N -тел

В настоящее время численное моделирование методом N -тел оперирует уже массивами из $N \sim 10^9$ точек, достигая разрешения по массе в три порядка величины. Моделирование образования галактик показало, что формируются гало с профилями, параметры которых удовлетворяют простым скейлинговым соотношениям. Так, профиль НФУ [120] выражается в виде

$$\rho_h(r) = \frac{\rho_0}{(r/R_s)(1+r/R_s)^2}. \quad (45)$$

Для гало Галактики $R_s = 20$ кпк, $R_{\text{halo}} = 200$ кпк — размер гало, т.е. его вириальный радиус, и $\rho_{\text{halo}}(r_\odot) = 0,3$ ГэВ см⁻³ — средняя плотность гало на расстоянии $r = r_\odot = 8,5$ кпк от центра Галактики — расстоянии, на котором находится Солнце. Отметим также, что на расстояниях от центра Галактики вплоть до $r = r_\odot$ в гравитационном потенциале доминирует барионная материя. Альтернативным профилем является профиль плотности, полученный группой Мура [183, 184]. Этот профиль отличается от профиля НФУ прежде всего в центральной области. В профиле Мура $\rho_h(r) \propto r^{-1,5}$ при малых r . Ещё одним популярным представлением результатов численного моделирования гало тёмной материи служит профиль Эйнасто [185]

$$\rho_h(r) = \rho_0 \exp \left\{ -\frac{2}{\alpha} \left[\left(\frac{r}{r_s} \right)^\alpha - 1 \right] \right\}, \quad (46)$$

где $\alpha = 0,16-0,3$, $r_s \approx 20$ кпк, а лучшее феноменологическое описание данных наблюдений даёт профиль Буркера [186] (см. подробное обсуждение в [79]). Границей гало обычно называют сферу радиусом R_{200} , внутри которой средняя плотность тёмной материи в 200 раз превышает среднюю космологическую плотность.

Предпринимались попытки объяснить природу полученных в численном моделировании универсальных профилей плотности. Некоторые из этих попыток упоминались выше. В [187] образование универсального

профиля в моделях иерархического сгустивания объяснялось конкуренцией процесса динамического трения и приливного обдиранья меньших гало, вошедших в состав больших. Динамическое трение стремится передвинуть мелкие плотные гало к центру большого гало, увеличивая там плотность, а приливное обдиранье разрушает мелкие гало по мере их движения к центру, что приводит к добавлению массы на периферии большого гало.

В наблюдениях структура центральных областей гало тёмной материи пока окончательно не выяснена. Остаётся неизвестным, как близко к центру продолжается возрастание плотности. Существуют классы галактик: галактики с малой поверхностной яркостью (LSB) и некоторые карликовые галактики, — у которых, согласно динамическим моделям, в центре имеется не пик плотности, а ядро с медленно возрастающей или даже постоянной плотностью. Это расхождение с результатами численных расчётов успешно объясняется обсуждавшейся в разделе 4.5 энтропийной теорией.

Численные моделирования, например Aquarius [188] (большим численным моделированием иногда дают собственные названия, такие как Aquarius, Millennium или Aquila), выявили наличие в гало галактик субструктур (сгустков) с масштабами вплоть до $\sim 10^6 M_\odot$ — величины динамического разрешения выполнявшихся расчётов. Полученная функция масс сгустков $\propto M^{-1,9}$, причём в центральных областях гало доля сгустков в составе тёмной материи меньше, чем на периферии. Вероятно, это связано с более эффективным разрушением сгустков приливными силами в центральных плотных областях гало. Аннигиляция или распада частиц тёмной материи в таких сгустках могут создавать неоднородности светимости неба при больших энергиях, но пока данный эффект не обнаружен [63–65]. В этой области исследования существует проблема перепроизводства больших сгустков: согласно результатам численного моделирования, образуется слишком много сгустков с массой карликовых галактик, но астрономические наблюдения не подтверждают наличия в Местной группе такого количества карликовых галактик. В качестве разрешения указанной проблемы предполагалось, что "лишние" большие сгустки представляют собой тёмные галактики, состоящие из тёмной материи, но почти без звёзд. Звёзды не могли в них образоваться ввиду отсутствия эффективных механизмов охлаждения барионов в гало с малой массой.

Если для случая больших гало в галактиках и скоплениях галактик выполнено множество детальных численных моделирований, то пределу маломассивных сгустков в настоящее время посвящены лишь работы [44, 51, 77, 82]. Численное моделирование мелкомасштабных сгустков обычно не доводится до эпохи формирования галактик. Например, в [51] расчёт ограничен интервалом красных смещений $z \sim 30-500$. Дело в том, что моделируемая малая область пространства при $z \sim 30$ уже сама выходит на нелинейный режим (это происходит быстро, поскольку спектр возмущений на малых масштабах близок к плоскому), после чего уже трудно следить за мелкомасштабными сгустками внутри этой области. В результате численных моделирований найдено, что функция масс сгустков субзвёздных масс близка к степенной функции $\propto M^{-1,9}$, получаемой при моделировании больших субструктур в галактиках, и эти функции масс

достаточно хорошо сшиваются при их экстраполяции в область промежуточных масштабов.

Важным результатом, полученным в численном моделировании [77], является внутренний профиль плотности в единичном сгустке с минимальной массой. Получающийся профиль плотности аппроксимируется степенным профилем $\propto r^{-\beta}$ с $\beta = 1,5-2,0$, что хорошо согласуется с теоретическим предсказанием $\beta = 1,7-1,8$, сделанным в [55–57]. В [82] получено $\beta = 1,5$. Тенденция к увеличению β при переходе от сгустков, образующихся в результате иерархических слияний меньших сгустков, к сгусткам, образующимся из изолированных возмущений плотности, выявлена в [51]. Показано, что при иерархическом сгустковании получается профиль плотности НФУ с $\beta = 1$ в центре, а в случае обособленных возмущений — профиль плотности с $\beta \simeq 1,4$ в центральной области. Сгустки с минимальной массой M_{\min} также относятся к сгусткам, образующимся из изолированных возмущений, поскольку при меньших массах спектр возмущений обрывается (точнее, необходимо учитывать, что возмущения имеют гауссово распределение, поэтому даже сгустки с одинаковой массой M_{\min} могут иметь разброс по их свойствам). В [51] получено, что, с точки зрения формирования профиля плотности, граница между указанными иерархическим и неиерархическим режимами проходит примерно при $\sim 10^2 M_{\min}$.

В численном моделировании сгустков галактических масштабов найдена зависимость параметра концентрации $C_{\text{NFW},200} = R_{200}/r_s$ в формуле Наварро–Фрэнк–Уайта (45) от массы гало M в виде $C_{\text{NFW},200} = 8,45 \times (M/10^{12} M_{\odot})^{-0,11}$. Однако в [51] указано, что эта зависимость неприменима в случае сгустков с малыми массами. Для последних хорошим приближением служит более сложная нестепенная зависимость, полученная в [189]. Если не учитывать это обстоятельство и использовать выражение $\propto M^{-0,11}$, как делалось в некоторых работах, то можно завязать усиление аннигиляционного сигнала сгустками на 2–3 порядка величины [51].

В моделировании [51] также наблюдалось наличие в сформировавшихся сгустках каустик, аналогичных каустикам в моделях Бертингера [76] и Гуревича–Зыбина [55–57]. Согласно оценкам [51], наличие этих каустик может более чем в полтора раза увеличить аннигиляционную светимость сгустка сразу после его формирования по сравнению с таковой у сгустка, имеющего гладкий профиль плотности. Но усиление сигнала каустиками уменьшается со временем по мере их разрушения при перемешивании потоков тёмной материи внутри сгустков.

Надо отметить также, что проблема максимальной плотности в центре сгустка, или проблема радиуса ядра в численном моделировании, пока не прояснилась, вероятно, по причине недостаточного разрешения по массе. В моделировании [77] получено указание на наличие сердцевин с $x_c \simeq 10^{-2}$ (см. рис. 2 в [77]), однако в [51, 82] сердцевина не разрешена при значениях x_c вплоть до $\simeq 10^{-3}$.

5. Сгустки с минимальной массой

Хотя спектр возмущений, генерируемых на стадии инфляции, может тянуться до микроскопических масштабов, существуют эффекты, которые на более поздних этапах эволюции Вселенной приводят к обрезанию (подавлению величины) спектра со стороны малых

масс, препятствуя тем самым возникновению мало-массивных сгустков. Вычислению минимально возможной массы M_{\min} посвящено множество работ, в которых результаты расчётов различаются на несколько порядков величины даже при сходных предположениях о природе частиц тёмной материи. Однако к настоящему времени вопрос о M_{\min} в значительной мере прояснён и неопределённости уже не столь велики.

Проиллюстрируем обрезание спектра на примере эффекта "свободного разлёта" (free streaming). Частицы холодной тёмной материи при высоких температурах, $T > T_f \sim 0,05 m_{\chi}$, находятся в химическом равновесии с космической плазмой, при котором их концентрация определяется только температурой. После закалки при $t > t_f$ и $T < T_f$ частицы тёмной материи некоторое время остаются в кинетическом равновесии с плазмой, когда температура газа частиц T_{χ} следует температуре плазмы T , но их число в сопутствующем фиксированном объёме остаётся неизменным. Однако на этой стадии частицы тёмной материи уже не полностью связаны с космической плазмой. Обмен импульсами между частицами тёмной материи и излучением приводит к пространственной диффузии частиц тёмной материи. Частицы тёмной материи диффузионным путём покидают мелко-масштабные возмущения, и, таким образом, на некотором масштабе масс M_D происходит размывание (затухание) возмущений.

Когда время релаксации частиц тёмной материи по энергии τ_{rel} становится больше хаббловского времени $H^{-1}(t)$, частицы тёмной материи выходят из равновесия с плазмой. Эти условия определяют время t_d кинетического отщепления. Оценки момента кинетического отщепления проводились, например, в [61]. При $t \geq t_d$ частицы тёмной материи движутся в режиме свободного разлёта и все возмущения сглаживаются в масштабе

$$\lambda_{\text{fs}} = a(t_0) \int_{t_d}^{t_0} \frac{v(t') dt'}{a(t')} \quad (47)$$

(где $v(t)$ — скорость частицы тёмной материи) и в меньших масштабах. Для нерелятивистской частицы $v(t) \propto 1/a(t)$. Соответствующая минимальная масса сгустка тёмной материи в момент t_0

$$M_{\text{fs}} = \frac{4\pi}{3} \rho_{\chi}(t_0) \lambda_{\text{fs}}^3 \quad (48)$$

много больше M_D .

Выбор математического формализма, необходимого для расчёта минимальной массы, зависит от того, насколько рассматриваемые масштабы близки к масштабу космологического горизонта и важны ли макроскопические движения излучения (в том числе отклонения от модели идеальной жидкости). В случае масштабов, много меньших горизонта, в отсутствие влияния указанных движений для описания физики явлений достаточно нерелятивистского уравнения Больцмана. В разделах 5.1–5.6 мы выполним нерелятивистские вычисления, а затем укажем, в каких ситуациях важны релятивистские эффекты, и опишем результаты расчётов, в которых они учитывались.

5.1. Сечение рассеяния нейтрально на лептонах

Для расчёта минимальной массы сгустка M_{\min} принципиальное значение имеет сечение рассеяния частиц на

частицах космической плазмы. Это сечение сильно модельно-зависимо. Разберём подробно вариант тёмной материи, состоящей из "стандартного" нейтрино. Эта модель сейчас рассматривается как наиболее вероятная, однако нельзя исключать и другие модели тёмной материи. В конечном счёте истину можно будет установить только экспериментально, зарегистрировав тёмную материю прямыми или косвенными методами или получив её частицы на ускорителе. В качестве нейтрино мы будем рассматривать чистое бино ($\chi = \bar{\nu}$).

Сечение для рассеяний левых фермионов на нейтрино $f_L + \chi \rightarrow f_L + \chi$ на углы θ_{12} в системе покоя нейтрино даётся выражением [39]

$$\left(\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega}\right)_{f_L\chi} = \frac{\alpha_{EM}^2}{8 \cos^4 \theta_W} \frac{\omega^2 (1 + \cos \theta_{12})}{(m^2 - \tilde{m}_L^2)^2}, \quad (49)$$

где $\omega \gg m_f$ — энергия фермиона f_L в системе покоя нейтрино, m — масса нейтрино, \tilde{m}_L — масса левого сфермиона, α_{EM} — электромагнитная константа связи. Для рассеяния $f_R + \chi \rightarrow f_R + \chi$ имеем

$$\left(\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega}\right)_{f_R\chi} = 16 \left(\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega}\right)_{f_L\chi} \quad (50)$$

при условии, что $m_L = \tilde{m}_R$, где \tilde{m}_R — масса правого сфермиона. Нас интересуют процессы рассеяния $\nu + \chi \rightarrow \nu + \chi$ и $e + \chi \rightarrow e + \chi$. В первом случае сечение даётся выражением (49), а во втором определяется суммой рассеяний $f_L + \chi \rightarrow f_L + \chi$ и $f_R + \chi \rightarrow f_R + \chi$, т.е. оно в 17 раз больше, чем (49). Будем использовать обозначения \tilde{m} как для левых, так и для правых сфермионов и нейтрино и $\tilde{M}^2 = \tilde{m}^2 - m^2$.

Отметим, что для оценок по порядку величины можно записать сечение рассеяния нейтрино на лептонах в простом виде: $\sigma \approx T^2/M_\sigma^4$ [62], где T — температура космической плазмы, а M_σ имеет порядок масштаба электрослабого взаимодействия (~ 100 ГэВ).

5.2. Кинетическое отщепление

Изучим процессы выхода частиц тёмной материи из кинетического равновесия с космической плазмой в формализме кинетического уравнения. Следуя [128], введём функцию распределения частиц $f(x, p, t)$ по сопутствующим координатам \mathbf{x} и импульсам $\mathbf{p} = ma^2 \dot{\mathbf{x}}$ (определённый так импульс для свободно движущейся частицы постоянен). Плотность газа частиц тёмной материи

$$\rho(x, t) = \frac{m}{a^3} \int d^3p f(x, p, t) = \bar{\rho}_\chi(t) (1 + \delta(x, t)). \quad (51)$$

Кинетическое уравнение с интегралом столкновения в форме Фоккера–Планка [190] может быть записано в виде

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{p_i}{ma^2} \frac{\partial f}{\partial x_i} - m \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial p_i} = D_p(t) \frac{\partial}{\partial p_i} \left(\frac{p_i}{mTa^2} f + \frac{\partial f}{\partial p_i} \right). \quad (52)$$

Здесь ϕ — гравитационный потенциал, которым в рассматриваемую эпоху, $t \leq t_{eq}$, можно пренебречь, $T(t)$ — температура окружающей плазмы,

$$t = \frac{2,42}{\sqrt{g_*}} \left(\frac{T}{1 \text{ МэВ}} \right)^{-2} [\text{c}], \quad (53)$$

где g_* — эффективное число степеней свободы, $D_p(t)$ — коэффициент диффузии в пространстве импульсов. Обозначим концентрацию фоновых релятивистских фермионов или бозонов с одной поляризацией и с энергией ω как

$$n_0(\omega) = \frac{1}{2\pi^2} \frac{\omega^2}{\exp(\omega/T) \pm 1}. \quad (54)$$

Согласно [190],

$$D_p(t) = \frac{g_f}{3} \int d\Omega \int d\omega n_0(\omega) \left(\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} \right)_{f_L\chi} (\delta p)^2, \quad (55)$$

где множитель $g_f = 40$ получается из подсчёта степеней свободы при нейтрино-фермионных столкновениях: три нейтрино и антинейтрино (или ν_L^c в случае майорановского нейтрино) дают шесть степеней свободы, e_L и e_L^c — имеют две степени свободы и два правых (синглетных) состояния для электронов и позитронов — 34 степени свободы, поскольку их сечение в 17 раз больше. Уравнение (52) с диффузионным коэффициентом (55) совпадает с уравнением (16), приведённым в работе [191], за исключением численного коэффициента порядка единицы в выражении для D_p .

Рассмотрим выход нейтрино из кинетического равновесия (отщепление) в однородной Вселенной, когда членом $\partial/\partial x_i$ в (52) можно пренебречь. Температура газа нейтрино T_χ определяется как

$$\int p_i p_j f d^3p = \bar{\rho}_\chi a^5 T_\chi(t) \delta_{ij}. \quad (56)$$

Умножая обе части уравнения (52) на $p_i p_j$ и интегрируя по d^3p , получаем

$$\frac{dT_\chi}{dt} + 2 \frac{\dot{a}}{a} T_\chi - \frac{2D_p(t)}{ma^2} \left(1 - \frac{T_\chi(t)}{T(t)} \right) = 0. \quad (57)$$

Начальное условие $T_\chi(t_i) = T(t_i)$ для уравнения (57) может быть выбрано в момент заковки $t = t_f$, как в [191], или, что более удобно, в произвольный момент t_i из интервала $t_f < t_i \ll t_d$. Решение уравнения (57) имеет следующий вид:

$$\frac{T_\chi(t)}{T_d} = \frac{1}{\tau} \left[\tau_i^{-1/2} \exp\left(\frac{1}{4\tau^2} - \frac{1}{4\tau_i^2}\right) + \frac{1}{2} \exp\left(\frac{1}{4\tau^2}\right) \int_{\tau_i}^{\tau} d^3x x^{-5/2} \exp\left(\frac{1}{4x^2}\right) \right], \quad (58)$$

где введены безразмерная переменная $\tau = t/t_d$ и обозначения

$$t_d \simeq 10^{-3} \left(\frac{m}{100 \text{ ГэВ}} \right)^{-1/2} \left(\frac{\tilde{M}}{0,2 \text{ ТэВ}} \right)^{-2} \left(\frac{g_*}{10} \right)^{-3/4} [\text{c}], \quad (59)$$

$$T_d = 30 \left(\frac{m}{100 \text{ ГэВ}} \right)^{1/4} \left(\frac{\tilde{M}}{0,2 \text{ ТэВ}} \right) \left(\frac{g_*}{10} \right)^{1/8} [\text{МэВ}]. \quad (60)$$

Асимптотика решения (58) имеет вид $T_\chi/T_d = \tau^{-1/2}$ при $\tau \ll 1$ и $T_\chi/T_d = \tau^{-1} \Gamma(3/4)/2^{1/2}$ (где $\Gamma(\dots)$ — гамма-функция) при $\tau \gg 1$, как это и должно быть. Из решения (58) можно увидеть, что переход от кинетического

равновесия нейтрально с релятивистскими фермионами к неравновесному режиму происходит очень быстро. Поэтому рассмотрение диффузии отдельно от свободного разлёта является оправданным.

Оценить время t_d и температуру T_d кинетического отщепления нейтрально можно также из простого условия

$$\frac{1}{\tau_{\text{rel}}} \simeq H(t), \quad (61)$$

где $H(t) = 1/(2t)$ — постоянная Хаббла, $\tau_{\text{rel}}(T)$ — время релаксации по энергии при температуре электрон-нейтринного газа T . Время релаксации τ_{rel} определяется рассеяниями нейтрально на фермионах ν_L , e_L и e_R . Нейтрально можно считать находящимся в состоянии покоя, поскольку его система покоя совпадает с системой центра масс с точностью $\sqrt{T/m_\chi}$. Пусть δp — импульс, приобретаемый нейтрально в одном рассеянии: $(\delta p)^2 = 2\omega^2(1 - \cos\theta)$, где ω и θ — соответственно энергия и угол рассеяния фермиона. Тогда для времени релаксации τ_{rel} можно записать

$$\frac{1}{\tau_{\text{rel}}} = \frac{1}{E_k} \frac{dE_k}{dt} = \frac{g_f}{2E_k m} \int d\Omega \int d\omega n_0(\omega) \left(\frac{d\sigma_{\text{el}}}{d\Omega} \right)_{f_i, \chi} (\delta p)^2, \quad (62)$$

где $E_k \simeq (3/2)T$ — средняя кинетическая энергия нейтрально, $(d\sigma_{\text{el}}/d\Omega)_{f_i, \chi}$ даётся выражением (49). После интегрирования в (62) находим

$$\frac{1}{\tau_{\text{rel}}} = \frac{40\Gamma(7)\alpha_{\text{EM}}^2}{9\pi \cos^4 \theta_W} \frac{T^6}{\tilde{M}^4 m}. \quad (63)$$

Используя (53), из (61) получаем выражения (59) и (60).

5.3. Диффузионное обрезание спектра возмущений

Рассмотрим уравнение (52) до момента времени кинетического отщепления, т.е. при $t \ll t_d$. Можно найти первые два момента, интегрируя (52) сначала по d^3p , а затем по $p_i d^3p$. Подставляя первое получившееся выражение во второе, находим следующее уравнение для фурье-компонент:

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + 2 \frac{\dot{a}}{a} \frac{\partial \delta}{\partial t} + D_p(t) \frac{1}{m T a^2} \frac{\partial \delta}{\partial t} = \frac{k_i k_j}{\rho_\chi a^7 m} \int p_i p_j f d^3p. \quad (64)$$

В пределе $\tau \ll 1$ можно пренебречь первым и вторым членами в (64), и тогда получим уравнение

$$\frac{\partial \delta(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \frac{D(t)}{a^2(t)} \Delta_{\mathbf{x}} \delta(\mathbf{x}, t) \quad (65)$$

с коэффициентом диффузии

$$D = \frac{3\pi \cos^4 \theta_W \tilde{M}^4}{40\Gamma(6)\alpha_{\text{EM}}^2 T^5}. \quad (66)$$

Коэффициент диффузии $D(t)$ зависит от времени через $T(t)$.

Найдём минимальную массу в спектре возмущений, обусловленную диффузией нейтрально из области возмущения. Решение уравнения (65) для фурье-компонент

имеет вид

$$\delta_{\mathbf{k}}(t) = \delta_{\mathbf{k}}(t_f) \exp \left[-C g_*^{5/4} \tilde{M}^4 (t^{5/2} - t_f^{5/2}) k^2 \right], \quad (67)$$

где $C = \text{const}$. Множитель $C g_*^{5/4} \tilde{M}^4 (t^{5/2} - t_f^{5/2})$ перед k^2 в (67) — это квадрат диффузионной длины $\lambda_D^2(t)/a^2(t)$ в сопутствующих координатах. Тогда минимальная масса, обусловленная диффузией нейтрально из области флуктуации:

$$M_D = \frac{4\pi}{3} \rho_\chi(t_d) \lambda_D^3(t_d) = 5 \times 10^{-12} \left(\frac{m}{100 \text{ ГэВ}} \right)^{-15/8} \times \left(\frac{\tilde{M}}{0,2 \text{ ТэВ}} \right)^{-3/2} \left(\frac{g_*}{10} \right)^{-15/16} M_\odot. \quad (68)$$

Выражение для функциональной зависимости (67), найденное в диффузионном приближении, совпадает с соответствующим выражением, полученным другим методом в [191].

5.4. Свободный разлёт

В предельном случае $\tau \gg 1$, т.е. после кинетического отщепления, уравнение (52) принимает простой вид:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{p_i}{m a^2} \frac{\partial f}{\partial x_i} = 0. \quad (69)$$

Его решением в фурье-пространстве является

$$f \propto \exp \left(\frac{i k_j p_j}{m a(t_d)} g(t) \right), \quad (70)$$

где

$$g(t) = a(t_d) \int_{t_d}^t \frac{dt'}{a^2(t')}. \quad (71)$$

Решение (70) с хорошей точностью справедливо и при $\tau \geq 1$, так как, согласно (58), кинетическое отщепление происходит очень быстро. Распределение по импульсам в момент отщепления является максвелловским распределением (38). Интегрируя произведение (38) и (70) по d^3p , получаем

$$n_{\mathbf{k}}(t) = n_{\mathbf{k}}(t_d) \exp \left(-\frac{1}{2} k^2 g^2(t) \frac{T_d}{m} \right), \quad (72)$$

т.е. до момента t за счёт свободного разлёта сглаживаются все возмущения в физическом масштабе

$$\lambda_{\text{fs}}(t) = a(t) g(t) \left(\frac{T_d}{m_\chi} \right)^{1/2}. \quad (73)$$

Этот масштаб соответствует сгусткам с минимальной массой

$$M_{\text{fs}}(t) = \frac{4\pi}{3} \rho_m(t) \lambda_{\text{fs}}^3(t), \quad (74)$$

где $\rho_m(t) = \rho_{\text{eq}} a_{\text{eq}}^3/a^3(t)$. В эпоху доминирования излучения $M_{\text{fs}}(t)$ возрастает логарифмически со временем. Это возрастание насыщается в эпоху доминирования вещества. Итоговая масса M_{min} в момент t_0 может быть легко найдена из уравнений Фридмана:

$$M_{\text{min}} = \frac{\pi^{1/4}}{2^{19/4} 3^{1/4}} \frac{\rho_{\text{eq}}^{1/4} t_d^{3/2}}{G^{3/4}} \left(\frac{T_d}{m} \right)^{3/2} \ln^3 \left(\frac{24}{\pi G \rho_{\text{eq}} t_d^2} \right). \quad (75)$$

Используя (59) и (60), получаем

$$M_{\min} \simeq 2 \times 10^{-7} \left(\frac{m}{100 \text{ ГэВ}} \right)^{-15/8} \left(\frac{\tilde{M}}{0,2 \text{ ТэВ}} \right)^{-3/2} \times \left(\frac{g_*}{10} \right)^{-15/16} \left(\frac{A^*}{83} \right)^3 M_{\odot}, \quad (76)$$

где A^* — логарифм из (75).

Итак, имеют место два процесса сглаживания космологических возмущений в газе нейтрально. Первый процесс — диффузия нейтрально вследствие рассеяний на нейтрино, электронах и позитронах. Этот процесс является эффективным до тех пор, пока нейтрально находится в кинетическом равновесии с космической плазмой. До момента отщепления t_d все возмущения с массами $M < M_D \simeq 10^{-13} - 10^{-12} M_{\odot}$ сглаживаются. Второй процесс — это свободный разлёт нейтрально. Начинаясь позднее, при $t > t_d$, этот разлёт сглаживает возмущения большего масштаба, с $M \leq M_{fs}$, и определяет минимально возможную массу M_{\min} (формула (76)) в распределении сгустков в современную эпоху. Отметим, что в литературе параметры суперсимметрии выбираются чаще всего таким образом, что M_{\min} получается порядка массы Земли ($\sim 10^{-6} M_{\odot}$).

Аккуратные вычисления преобразования спектра возмущений в результате процессов диффузии и свободного разлёта с учётом общерелятивистских поправок к уравнениям эволюции проведены в [41, 90].

5.5. Влияние космологического горизонта и акустических колебаний

В разделах 5.2–5.4 предполагалось, что все рассматриваемые масштабы, в том числе масштаб свободного разлёта, много меньше размера горизонта. Это действительно верно для широкой области параметров суперсимметрии. Однако часто рассматривают параметры суперсимметрии, дающие малую величину T_d . В этом случае вступают в игру эффекты, характерные для масштаба горизонта, такие как акустические колебания и эффект, аналогичный эффекту Силка. Эти эффекты обрезают спектр возмущений на большей массе и поэтому становятся определяющими для вычисления M_{\min} . Более того, согласно вычислениям [46], обрезание спектра масс может быть не экспоненциальным, а функция масс может возрастать степенным образом, $\propto M^{-1/3}$, в сторону малых масс сгустков, хотя интегральный вклад сгустков, описываемых этой асимптотикой, в общую массу сгустков мал.

Качественно роль космологического горизонта в обрезании спектра возмущений можно представить следующим образом. Эволюции возмущений с массами $M \ll M_d$ и $M \gg M_d$ сильно различаются после пересечения горизонта [62]. Возмущения тёмной материи с массами $M \ll M_d$ разбегаются, как звуковые волны в РД-плазме. Такие флуктуации не создают буста в пекулярной скорости частиц тёмной материи, и поэтому возмущения в тёмной материи не возрастают логарифмически. После кинетического отщепления их амплитуда "замораживается" до наступления эпохи доминирования вещества и их эволюция описывается решением Мезароша. Таким образом, при массах, близких к $M \sim M_d$, спектр возмущений имеет завал и является сглаженным при меньших массах (или, возможно, имеет вид $\propto M^{-1/3}$ [46]).

В противоположном случае, $M \gg M_d$, пекулярные скорости сразу после пересечения горизонта принимают вид $v_{ph} \simeq \delta_h c/3$ [129]. В отличие от тепловых скоростей, эти пекулярные скорости регулярны и направлены к центру возмущения. Адиабатические возмущения возрастают по закону $\delta \propto \ln(t) + \text{const}$ вследствие эволюции пекулярных скоростей, $v_p(t) \simeq v_{ph} a(t_h)/a(t)$.

В [62] исследовано влияние акустических колебаний при временах, близких к моменту пересечения горизонта, на спектр возмущений плотности тёмной материи. В спектре возмущений тёмной материи, так же как и в случае барионных акустических пиков, возникают колебания вблизи масштаба горизонта.

Наиболее детальными вычислениями процессов квазисвободного разлёта с трением для нейтрально в настоящий момент являются вычисления [46], которые дополняют вычисления [62]. В [46] получены выражения для температуры отщепления и минимальной массы:

$$T_d = 7,65 C^{-1/4} g_*^{1/8} \left(\frac{m}{100 \text{ ГэВ}} \right)^{5/4} [\text{МэВ}], \quad (77)$$

$$M_{\min} = 7,59 \times 10^{-3} C^{3/4} \left(\frac{m\sqrt{g_*}}{100 \text{ ГэВ}} \right)^{-15/4} M_{\odot}, \quad (78)$$

с безразмерной постоянной

$$C = 256 (G_F m_W^2)^2 \left(\frac{\tilde{m}^2}{m^2} - 1 \right)^{-2} \sum_L (b_L^4 + c_L^4), \quad (79)$$

где G_F — константа связи Ферми, $G_F m_W^2 = 0,0754$, m_W , \tilde{m} и m — массы W -бозона, слептона и нейтрально, b_L и c_L — левые и правые киральные коэффициенты соответственно; число степеней свободы в эпоху отщепления $g_* = 43/4$. Вычисленная в [39] величина C , которая связана с квадратом матричного элемента для $(1 + \chi \rightarrow 1 + \chi)$ -рассеяний, отличается от таковой в (78) множителем 1,6. Согласно (78), кинетическое отщепление при сделанном в [46] типичном выборе параметров суперсимметрии наступает при температуре $T_d = 22,6 \text{ МэВ}$, т.е. после аннигиляции во Вселенной мюонов и антимюонов, но до e^+e^- -аннигиляции, причём e^+e^- -аннигиляция в небольшой степени модифицирует спектр возмущений [46]. Масса (78), как и в [62], по порядку величины близка к массе внутри горизонта в момент отщепления. Другим методом расчёта минимальной массы является моделирование космической плазмы неидеальной жидкостью [61].

Отметим, что в расчётах типа [46, 62] необходимо применять методы релятивистской теории эволюции возмущений плотности с учётом гравитационного потенциала излучения, поскольку рассматриваются эффекты вблизи космологического горизонта.

5.6. Масса M_{\min} для сверхтяжёлых нейтрально

Предположение, что тёмная материя находилась в химическом и термодинамическом равновесии с излучением, не является необходимым и не выполняется для достаточно тяжёлых частиц. В этом случае отсутствуют рассмотренные в разделах 5.2–5.5 ограничения на минимальную массу. Если равновесие всё же имело место, то M_{\min} для сверхтяжёлых частиц будет крайне мала из-за раннего кинетического отщепления сгустков от космической плазмы [102].

В качестве сверхтяжёлых частиц-кандидатов тёмной материи, взаимодействовавших на ранних стадиях с излучением, рассматривались нейтралино в модели сверхтяжёлой суперсимметрии, предложенной в [22]. Сверхтяжёлая суперсимметрия — это уникальная перенормируемая модель, в которой выполняется унитарность несмотря на массы частиц, значительно большие электрослабого масштаба. Например, нейтралино с массой $m = 10^{11}$ ГэВ = $1,78 \times 10^{-13}$ г могут рождаться гравитационно в конце инфляционной стадии, обеспечивая значение $\Omega_\gamma h^2 \approx 0,1$, наблюдаемое WMAP.

В условии отщепления, $\tau_{\text{rel}}^{-1} \simeq H$, используются бегущая константа связи и параметры смешивания при температуре T , полученные из Стандартной модели, $\sin^2 \theta_W(T) = 1/6 + 5\alpha(T)/[9\alpha_s(T)]$. Для $M_{\text{SUSY}} = 10^{12}$ ГэВ в случае бино получаем $T_d \simeq 2 \times 10^{11}$ ГэВ, а для хиггсина — $T_d \simeq 2$ ГэВ. Значения массы тёмной материи внутри горизонта при указанных температурах $M_d \simeq \simeq 6 \times 10^{-12}$ г и $M_d \simeq 6 \times 10^{21}$ г соответственно. То есть в случае бино масса M_d лишь в 34 раза превышает массу частицы $m \sim 10^{11}$ ГэВ = $1,78 \times 10^{-13}$ г.

Масштаб и масса свободного разлёта λ_{fs} для сверхтяжёлых частиц тёмной материи очень малы. В случае бино время отщепления $t_d = 7 \times 10^{-30}$ с и $M_{\text{fs}} \simeq 4,6 \times 10^{-11}$ г. Последняя величина всего лишь в 260 раз больше массы частицы, и формально возможны все массы сгустков начиная с $M \sim 260m$. В случае с хиггсином $M_{\text{fs}} \ll m$ и свободный разлёт не играет никакой роли в процессе эволюции возмущений. Таким образом, два масштаба массы, M_d и M_{fs} , могли бы играть роль минимальной массы M_{min} . В случае бино $M_{\text{fs}} > M_d$ и завал спектра масс начинается при $M_{\text{min}} \sim M_{\text{fs}}$. В случае хиггсина M_{fs} очень мала и $M_{\text{min}} \sim M_d$.

6. Формирование функции масс сгустков в процессах раннего иерархического сгущивания

Первыми во Вселенной формируются гравитационно-связанные объекты из тёмной материи с минимальной массой M_{min} . Сгустки больших масштабов, которые в случае обычных степенных спектров формируются позднее, содержат внутри себя более мелкие сгустки и сами захватываются более крупными сгустками. Большинство мелкомасштабных сгустков разрушается приливными гравитационными силами, возникающими внутри содержащих эти сгустки более крупных (и, как правило, более массивных) сгустков, которые мы будем называть "родительскими" сгустками (host clumps). Иерархическое сгущивание на малых масштабах — это быстрый нелинейный процесс. Формирование новых сгустков и их захват большими сгустками происходит практически одновременно. Действительно, из вида передаточной функции $T(k)$ следует, что показатель степени спектра возмущений в малых масштабах $n \approx n_s - 4 \approx -3$ и возмущение $\sigma(M) \propto \propto M^{-(n+3)/6}$ почти не зависит от массы M . Это создаёт определённые трудности для численного моделирования методом N -тел [192]. Сгустки ещё не полностью вириализуются в ту эпоху, в которую они захватываются родительскими сгустками, поэтому адиабатические инварианты не препятствуют разрушению сгустков на этой стадии, так как недостаточно времени для формирования сингулярного профиля плотности в сгустках. Внутреннее динамическое время сгустка

имеет тот же порядок, что и время его захвата родительским сгустком.

Описанная картина иерархического сгущивания справедлива тогда, когда спектр возмущений не имеет резкого пика, например близок к степенному. В спектрах с пиками будут длительные периоды без сгущивания: образовавшиеся из области пика сгустки в течение долгого времени могут являться единственной популяцией сгустков, и только через длительный промежуток времени начнётся формирование структур из участков спектра с большими масштабами, а сгустки станут захватываться этими структурами. В разделах 6.1–6.3 мы рассмотрим стандартный степенной спектр первичных возмущений и обсудим картину иерархического сгущивания сгустков в широком диапазоне масс.

6.1. Теория Пресса–Шехтера

В основе теории Пресса–Шехтера лежит сферическая модель, рассмотренная в разделе 3.1. Сферическая модель даёт критерий образования сгустков $\delta(t) \geq \delta_c$ (более точный критерий предоставляет модель эллипсоидального коллапса), с помощью которого можно рассчитывать статистические характеристики образующихся гало тёмной материи исходя из свойств возмущений на линейной стадии. Вероятность того, что частица тёмной материи окажется в области с $\delta(t) \geq \delta_c$ (при сглаживании на масштабе M), выражается в виде

$$P(M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(M)} \int_{\delta_c}^{\infty} d\delta' \exp\left(-\frac{\delta'^2}{2\sigma^2(M)}\right). \quad (80)$$

Тогда дифференциальная концентрация незахваченных (свободных) сгустков, т.е. не принадлежащих большому родительскому сгустку, описывается формулой Пресса–Шехтера [34]

$$\begin{aligned} dn(t, M) &= -2 \frac{\bar{\rho}_0}{M} \frac{dP(M)}{dM} dM = \\ &= -\left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \frac{\bar{\rho}_0}{M\sigma(M)} \frac{d\sigma(M)}{dM} \nu \exp\left(-\frac{\nu^2}{2}\right) dM, \quad (81) \end{aligned}$$

где $\nu = \delta_c/\sigma(M)$. В обобщённых версиях теории Пресса–Шехтера [88] (см. очень ясное изложение в [33]) удалось построить мощный математический формализм и сделать множество статистических предсказаний, в частности, был объяснён отсутствующий в оригинальной версии теории [91] коэффициент 2 в формуле (81).

С точки зрения поиска аннигиляционных сигналов интерес представляют не только независимые сгустки с функцией масс (81), но и сгустки, захваченные внутри других объектов, в частности внутри гало тёмной материи нашей Галактики. В первом приближении функция масс сгустков в гало даётся в момент образования гало формулой (81) с учётом увеличения концентрации сгустков пропорционально возрастанию плотности гало. Это утверждение верно в случае большой разницы масс сгустков и гало, когда эффекты байсинга¹ малы.

Более точно начальная функция масс сгустков, входящих в состав гало большего масштаба в момент его образования, найдена в [92] с помощью обобщённой

¹ Байсинг (от англ. biasing — смещение) в астрофизике — зависимость свойств формирующихся галактик от средней плотности вещества на масштабах, много больших масштабов самих галактик.

теории Пресса–Шехтера. Другой оригинальный подход к расчёту этой функции масс использован в [193], где большое гало рассматривалось как часть замкнутой Вселенной и вычислялась функция масс Пресса–Шехтера на этом космологическом фоне. Для исследования формирования густков субзвёздных масс теория Пресса–Шехтера применялась в [194, 195], причём в работе [195] сделан вывод, что эффективное образование густков начинается лишь с массы $M \gg M_{\min}$. В данных подходах не принимается во внимание разрушение мелкомасштабных густков в приливных гравитационных процессах, которые модифицируют начальную функцию масс. Для вычисления функции масс густков, включая густки внутри других структур, одной лишь статистической теории Пресса–Шехтера недостаточно — необходимо дополнительно принять во внимание динамические процессы разрушения густков. Динамические эффекты (приливное обдирание и динамическое трение) исследовались лишь в случае больших масс субгало, $M \geq 10^6 M_{\odot}$ (см., например, [196]). Для рассматриваемых нами мелкомасштабных густков требуется существенно иной подход, так как иерархическое скучивание таких густков происходит очень быстро и на том же характерном масштабе времени, что и формирование в них внутреннего профиля плотности.

6.2. Приливные процессы

Разрушение густков приливными гравитационными силами является сложным процессом, зависящим от множества факторов: истории формирования густков, профиля плотности родительского густка, существования других субструктур внутри родительского густка, орбитальных параметров отдельных густков в родительском густке и др. Только в численном моделировании все эти факторы могут быть учтены достаточно полно, тем не менее можно сделать простые аналитические оценки.

Рассмотрим родительский густок с массой M_{DM} , радиусом R_{DM} и некоторым распределением меньших густков внутри него. Эти малые густки движутся в общем гравитационном потенциале с дисперсией скоростей $\sim V_{\text{DM}} \simeq (GM_{\text{DM}}/R_{\text{DM}})^{1/2}$. Взаимодействуя посредством приливных сил с окружением, малый густок испытывает "встряску" и увеличивает свою внутреннюю энергию — кинетическую энергию частиц тёмной материи.

Рассмотрим сначала взаимодействие густка с некоторым другим густком-мишенью при пролёте первого на прицельном расстоянии l от второго. Густок-мишень характеризуется массой M' , радиусом R' , радиусом сердцевины $R'_c = x'_c R$ и некоторым внутренним распределением плотности.

Приращение внутренней энергии густка с массой M в течение единичного пролёта в импульсном приближении [197] выражается в виде

$$\Delta E = \frac{1}{2} \int d^3r \rho_{\text{int}}(r) (v_x - \tilde{v}_x)^2, \quad (82)$$

где v_x — приращение скорости частицы тёмной материи в направлении оси x , и \tilde{v}_x — та же величина для центра масс густков. Легко получить, что

$$v_x = \frac{2GM'}{v_{\text{rel}}R'} g(y), \quad (83)$$

где $y = l/R'$, v_{rel} — относительная скорость густков, а функция $g(y)$ зависит от их внутренней структуры [39]. Темп возрастания внутренней энергии вследствие столкновений рассматриваемого густка со всеми другими густками определяется как

$$\dot{E} = \int 2\pi l v_{\text{rel}} dl \int dM' \psi(M', t) \Delta E \quad (84)$$

при условии, что нам известна функция масс густков $\psi(M', t)$ внутри родительского густка.

В качестве другого процесса, ответственного за приливное разрушение, рассмотрим взаимодействие густков с общим гравитационным потенциалом родительского густка. Приращение энергии на единицу массы на расстоянии r от центра масс рассматриваемого малого густка за время одного прохождения периастра (если орбиту считать эллиптической) [197]

$$\langle E_p \rangle = \frac{GM_{\text{DM}}}{R_{\text{DM}}^3} r^2 \left(\frac{R_{\text{DM}}}{R_p} \right)^\beta \chi_{\text{ecc}}(e) A(\omega\tau), \quad (85)$$

где e — эксцентриситет орбиты, R_p — расстояние в периастре, функция χ_{ecc} представлена в [197], адиабатическая поправка $A(x) = (1+x^2)^{-\gamma}$, $\gamma \simeq 2,5-3,0$. Приращение энергии густка за один период T_{orb} имеет вид $\Delta E = \int \langle E_p \rangle \rho_{\text{int}}(r) d^3r$, темп возрастания энергии

$$\dot{E} = \frac{2\Delta E}{T_{\text{orb}}}. \quad (86)$$

Как показано в разделе 6.3, густки с большой вероятностью разрушаются в приливных взаимодействиях, и каждый густок имеет вероятность выживания $\xi \ll 1$. Выжившие густки в течение их оставшегося времени жизни окружены другими густками с функцией масс $\psi(M', t)$. Когда родительский густок разрушается, рассматриваемый мелкомасштабный густок оказывается внутри густка с большей массой и распределением мелкомасштабных густков $\psi(M', t)$, но с большим t . Характерное время формирования минимального родительского густка близко к t_f , а время разрушения может быть много больше t_f . Темп возрастания энергии за счёт обоих упомянутых процессов даётся суммой (84) и (86).

Выше приведены идеи точных расчётов, выполненных посредством вычленения отдельных процессов из общей сложной картины приливных разрушений. Однако реальные процессы настолько хаотичны, что целесообразно использовать упрощённый подход, полагая, что для густка с массой M и радиусом R после типичного гравитационного удара внутренняя энергия возрастает на величину

$$\Delta E \sim \frac{4\pi}{3} G \rho_{\text{DM}} M R^2, \quad (87)$$

где ρ_{DM} — средняя плотность родительского густка.

6.3. Иерархическое скучивание с учётом разрушений

Процесс перехода густка из одного родительского густка в другой происходит почти непрерывно по времени до тех пор, пока не сформируется последний родительский густок, в котором приливные разрушения становятся неэффективными. Вероятность выживания

сгустка определяется как доля сгустков с массой M , переживших приливные разрушения в иерархическом сгустивании. Первый родительский сгусток вносит основной вклад в приливное разрушение рассматриваемого сгустка, особенно если их плотности близки. Путём учёта динамических эффектов в теории Пресса–Шехтера в работе [83] найдена функция распределения сгустков, избежавших разрушения:

$$\xi \frac{dM}{M} dv \simeq \frac{v dv}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{v^2}{2}\right) f_1 \frac{d \log \sigma_{\text{eq}}(M)}{dM} dM, \quad (88)$$

где $f_1 \simeq 0,2-0,3$.

С качественной точки зрения, первый множитель v в (88) соответствует тому факту, что сгустки, образовавшиеся из высоких пиков (с большей величиной v), успешнее переживают процессы разрушения, чем сгустки, образовавшиеся из низких пиков (с меньшим v). Интегрируя (88) по v , получаем

$$\xi_{\text{int}} \frac{dM}{M} \simeq 0,02(n+3) \frac{dM}{M}. \quad (89)$$

Эффективный показатель степени n в (89) определяется как $n = -3(1 + 2\delta \ln \sigma_{\text{eq}}(M)/\delta \ln M)$, и он очень слабо зависит от M . Выражение (89) подразумевает, что для типичных значений n только малая доля сгустков (около 0,1–0,5 %) переживёт стадию иерархического приливного разрушения в каждом логарифмическом интервале масс $\Delta \ln M \sim 1$. Следует отметить, что физический смысл функции масс выживших сгустков $\xi dM/M$ отличается от смысла функции масс свободных сгустков, описываемой формулой Пресса–Шехтера $\delta F/\delta M$.

Формирование сгустков субзвёздных масс исследовано в численных моделированиях [44, 77]. Форма дифференциальной концентрации сгустков $n(M) dM \propto \propto dM/M^2$ оказывается близкой к полученной для больших сгустков с $M \geq 10^6 M_{\odot}$. Простой вид, M^{-1} , функции масс (89) хорошо согласуется с результатом численного моделирования [77], но по нормировке отличается на коэффициент порядка единицы. Следует также отметить хорошее согласие при экстраполяции результатов наших вычислений к данным численного моделирования больших сгустков с $M \geq 10^6 M_{\odot}$ [43].

Функция масс (89) далее испытывает трансформацию в процессах приливного взаимодействия со звёздами Галактики; эти процессы рассмотрены в разделе 7.

7. Разрушение сгустков в Галактике

Вопрос о механизмах и эффективности разрушения субструктур в галактиках ранее обсуждался в [198] и затем для случая больших (галактического масштаба) субгало тёмной материи исследовался во множестве работ как численными, так и аналитическими методами. Аналогичное исследование применительно к мелкомасштабным сгусткам началось лишь в последние годы. Сгустки с функцией распределения (88) входят в состав Галактики в эпоху её образования, и далее эти сгустки теряют массу и частично или полностью разрушаются в результате приливных гравитационных взаимодействий со звёздами или коллективным полем диска.

Во многих работах (см., например, [43, 48]) использовался упрощённый критерий приливного разрушения сгустков. А именно полагалось, что сгусток разрушен,

если полное приращение его внутренней энергии $\sum(\Delta E)_j$, после нескольких пересечений диска (или приливных взаимодействий со звёздами) становится порядка начальной энергии связи сгустка $|E|$, т.е.

$$\sum_j (\Delta E)_j \sim |E|, \quad (90)$$

где суммирование идёт по последовательным событиям приливного взаимодействия. Этот критерий справедлив на ранних стадиях иерархического сгустивания в эпоху формирования сгустков, поскольку формирование профиля плотности сгустков и приливные удары происходят примерно в одно и то же время и разрушаются в основном сгустки, в которых профиль ещё не сформировался и отсутствует плотная сердцевина. В случае разрушения сгустков в Галактике на более поздних стадиях требуется учёт постепенной потери массы при каждом приливном взаимодействии [199–201]; в частности, для мелкомасштабных сгустков это было отмечено в [40, 202, 203].

Условие (90) означает, что сгусток потерял большую часть начальной массы. Этот простой критерий полезен в расчётах, если интерес представляют только потери основной массы. Однако для расчёта аннигиляции частиц тёмной материи важно знать, что представляет собой остаток сгустка. Дело в том, что выжившие сердцевины сгустков дают аннигиляционный сигнал примерно той же величины, что и исходные сгустки. Главной трудностью точного решения задачи является учёт потери масс во внутренних слоях во время сложной динамической реструктуризации сгустков сразу после приливных ударов.

7.1. Разрушение сгустков полем диска

Рассмотрим сгустки, которые движутся по орбитам в гало Галактики и пересекают плоскость её звёздного диска. Диск Галактики имеет поверхностную плотность

$$\sigma_s(r) = \frac{M_d}{2\pi r_0^2} \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right), \quad (91)$$

где $M_d = 8 \times 10^{10} M_{\odot}$ и $r_0 = 4,5$ кпк. Приращение кинетической энергии частицы тёмной материи по отношению к энергии центра сгустка после одного пересечения диска выражается как [204]

$$\delta E = \frac{4g_m^2(\Delta z)^2 m}{v_{zc}^2} A(a), \quad (92)$$

где Δz — вертикальное расстояние (поперёк плоскости диска) от частицы тёмной материи до центра сгустка, v_{zc} — вертикальная скорость сгустка по отношению к диску в момент пересечения диска, $A(a)$ — адиабатическая поправка, гравитационное ускорение над диском $g_m(r) = 2\pi G \sigma_s(r)$. Множитель $A(a)$ в (92) описывает эффект адиабатической защиты от медленных приливных сил [205]. Эта поправка определяется как дополнительный множитель $A(a)$ к величине приращения энергии, рассчитанной в импульсном приближении. В [199] предложена следующая формула: $A(a) = (1 + a^2)^{-3/2}$. Здесь адиабатический параметр определён как $a = \omega \tau_d$, где ω — орбитальная частота частицы тёмной материи в сгустке, $\tau_d \simeq H_d/v_{zc}$ — эффективная длительность (время пролёта) гравитационного удара, производимого

диском с полутолщиной H_d . Для приливного взаимодействия сгустка со звёздами балджа и гало длительность гравитационного удара оценивается как $\tau_s \sim l/v_{\text{rel}}$, где l — прицельный параметр, v_{rel} — относительная скорость сгустка и звезды.

Внутренний профиль плотности $\rho_{\text{int}}(r)$ и функция распределения частиц в сгустке $f_{\text{cl}}(\varepsilon)$ по энергиям (на единицу массы) в модели с изотропной дисперсией скоростей связаны интегральным соотношением [206]

$$\rho_{\text{int}}(r) = 2^{5/2}\pi \int_{\psi(r)}^0 \sqrt{\varepsilon - \psi(r)} f_{\text{cl}}(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (93)$$

В простейших моделях используется изотермическая функция распределения $f_{\text{cl}}(\varepsilon) \propto \exp(-2\varepsilon)$.

Добавка энергии $\delta\varepsilon$ от приливного взаимодействия вызывает обдирание частиц с энергиями в диапазоне $-\delta\varepsilon < \varepsilon < 0$, и изменение плотности сгустка на радиусе r выражается следующим образом [83]:

$$\delta\rho(r) = 2^{5/2}\pi \int_{-\delta\varepsilon}^0 \sqrt{\varepsilon - \psi(r)} f_{\text{cl}}(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (94)$$

Адиабатическая поправка входит в это выражение через $\delta\varepsilon$ в нижнем пределе интеграла, согласно зависимости (92). Потеря массы сгустком за время одного пересечения диска

$$\delta M = -4\pi \int_0^R r^2 \delta\rho(r) dr. \quad (95)$$

Будем использовать для гало Галактики профиль НФУ (45). Связь между профилем плотности $\rho_h(r)$ и функцией распределения даётся той же формулой (93) с заменой $f_{\text{cl}} \rightarrow F(\varepsilon)$. Функция распределения $F(\varepsilon)$ для профиля гало (45) приведена в [207], и через неё можно выразить функцию распределения орбит сгустков в гало [83]. Далее, выбирая интервал времени ΔT много большим орбитального периода сгустка T_t , но много меньшим возраста Галактики t_0 , т.е. $T_t \ll \Delta T \ll t_0$, можно определить средний темп потери массы рассматриваемым сгустком под влиянием приливных ударов при последовательных пересечениях диска:

$$\frac{1}{M} \left(\frac{dM}{dt} \right)_d \simeq \frac{1}{\Delta T} \sum \left(\frac{\delta M}{M} \right)_d, \quad (96)$$

где суммирование идёт по всем последовательным точкам пересечения диска.

Разрушение больших субгало, с массами $M \geq 10^7 M_\odot$, при пересечении ими диска исследовано методом численного моделирования в [208]. Большие сгустки, в отличие от рассматриваемых нами мелкомасштабных сгустков, могут существенно влиять на кинематику звёзд диска.

7.2. Разрушение сгустков звёздами

Расчёт возрастания внутренней энергии сгустка при единичном пролёте звезды на прицельном расстоянии l аналогичен расчёту, проведённому в разделе 6.2 (звезда играет роль сгустка с массой $M' = m_*$). Интегрируя (82) по объёму сгустка с профилем плотности $\rho_{\text{int}}(r)$ из (32), в случае $l > R$ получаем приращение внутренней энергии

$$\Delta E = \frac{2(3 - \beta)}{3(5 - \beta)} \frac{G^2 M R^2 m_*^2}{v_{\text{rel}}^2 l^4}. \quad (97)$$

Противоположный случай, $l < R$, рассмотрен, например, в [39]. Легко проверить, что максимальное приращение внутренней энергии происходит при касательном пролёте звезды на расстоянии $l \simeq R$ от центра сгустка.

В зависимости от величины прицельного параметра, для разных столкновений сгустков со звёздами реализуются два случая разрушения сгустка [43]: 1) за один пролёт звезды; 2) после многих приливных взаимодействий со звёздами. Темп возрастания внутренней энергии сгустка

$$\dot{E} = 2\pi \int \Delta E(l) n_* v_{\text{rel}} l dl, \quad (98)$$

где n_* — концентрация звёзд.

Используя результаты [209], аппроксимируем радиальную концентрацию звёзд в балдже на расстояниях $r = (1-3)$ кпк следующим образом:

$$n_{b*}(r) = \frac{\rho_b}{m_*} \exp \left[- \left(\frac{r}{r_b} \right)^{1.6} \right], \quad (99)$$

где $\rho_b = 8M_\odot \text{пк}^{-3}$, $m_* = 0,4M_\odot$, $r_b = 1$ кпк. Соответствующую концентрацию звёзд в гало при $r > 3$ кпк вне диска Галактики можно аппроксимировать как [210]

$$n_{\text{halo},*}(r) = \frac{\rho_{\text{halo}}}{m_*} \left(\frac{r_\odot}{r} \right)^3, \quad (100)$$

где $\rho_{\text{halo}} = 1,4 \times 10^{-5} M_\odot \text{пк}^{-3}$, $r_\odot = 8,5$ кпк. В расчётах мы пренебрегаем несферичностью гало тёмной материи и уплощённостью звёздного гало [210].

Если бы для расчётов мы применяли грубый критерий (90), характеризующий потерю массы сгустком, то получили бы вероятность выживания сгустков, показанную на рис. 7. Видно, что диск даёт основной вклад в разрушение сгустков, а в области балджа Галактики сгустков практически нет. Резкий скачок кривой на рисунке связан с использованием модели балджа с резкой границей.

Разрушение сгустков звёздами исследовано также в [47, 203, 211], в том числе с помощью численных методов.

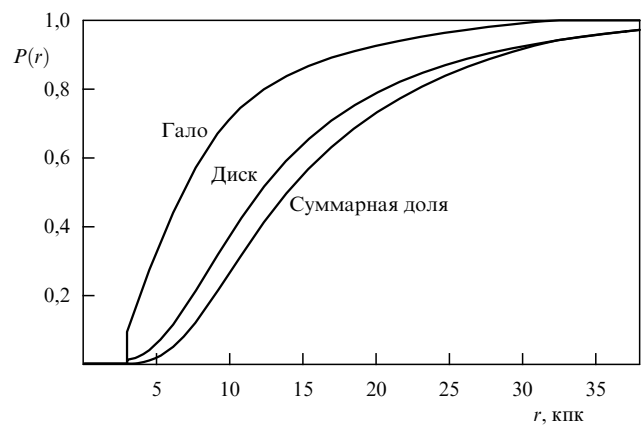


Рис. 7. Доли сгустков с массами $M = 10^{-6} M_\odot$ и величиной пика $\nu = 2$, выживших в приливных разрушениях диском Галактики, P_d , звёздами гало Галактики, P_{halo} , и суммарная доля, $P_{\text{tot}} = P_{\text{halo}} P_d$, как функции расстояния r от центра Галактики. Использовался грубый критерий разрушения сгустков (90). Завал при $r < 3$ кпк обусловлен полным разрушением сгустков в балдже в рамках этого критерия.

В ряде работ диск рассматривался как совокупность звёзд и приливное разрушение рассчитывалось, так же как в случае пролёта сгустков через бесконечную среду из точечных масс (звёзд), но в течение конечных интервалов времени, за которые сгусток пересекает диск. Можно показать, что в типичных случаях именно коллективное поле диска даёт основной вклад в разрушение сгустков. Приращение внутренней энергии сгустка при одном пролёте через диск в результате взаимодействия с отдельными звёздами по отношению к её приращению, обусловленному гравитационным ударом коллективного поля диска, выражается как

$$\frac{\Delta E^{\text{stars}}}{\Delta E^{\text{disk}}} \sim 0,6 \left(\frac{R}{0,015 \text{ пк}} \right)^{-2} \exp \left(\frac{r - r_{\odot}}{r_0} \right) \cos \theta, \quad (101)$$

где $r_0 = 4,5$ кпк, $R = 0,015$ пк — радиус сгустка с массой порядка массы Земли, $3 \times 10^{-6} M_{\odot}$, образовавшегося из пика высотой $\nu = 2$ в случае спектра возмущений с $n_s = 0,96$. То есть только для сгустков с минимальными массами при $r \geq r_{\odot}$ оба вклада сравнимы, а при увеличении массы и, соответственно, радиуса сгустка вклад коллективного поля будет преобладать.

7.3. Остатки сгустков

Рассмотрим теперь вопрос о выживании сердцевин сгустка. Опишем процессы разрушения диском, балджем и гало единым уравнением для потери массы сгустком:

$$\frac{dM}{dt} = \left(\frac{dM}{dt} \right)_d + \left(\frac{dM}{dt} \right)_s. \quad (102)$$

В [82] уравнение (102) решалось численно для времён начиная с момента формирования Галактики $t_0 - t_G$ и до настоящего момента t_0 .

Наиболее важным астрофизическим проявлением сгустков является возможность аннигиляции составляющих их частиц тёмной материи. Критическим моментом является доминирование центральной сердцевины сгустка в общем аннигиляционном сигнале, если сгустки имеют достаточно крутой профиль плотности. А именно аннигиляция частиц тёмной материи в области сердцевины даст преобладающий вклад в полный интегральный сигнал от одного сгустка со степенным профилем плотности (32) при условии, что $\beta > 3/2$ и $x_c = R_c/R \ll 1$. Точнее, величина $N \propto \int_{r_0}^r 4\pi r'^2 dr' \rho_{\text{int}}^2(r')$ практически не зависит от r , если $r \gg r_0$. В результате аннигиляционная светимость сгустка с примерно изотермическим профилем плотности ($\beta \simeq 2$) будет почти постоянной в процессе приливного обдирания, до тех пор пока радиус сгустка не уменьшится до радиуса сердцевины. Другими словами, в современной Галактике остатки сгустков, ободранных вследствие приливного взаимодействия с $x_c < \mu(t_0) \ll 1$, где $\mu(t) = M(t)/M_i$, $t_0 \simeq 10^{10}$ лет — возраст Галактики, удовлетворяют уравнению эволюции (102) и имеют ту же аннигиляционную светимость, что и их прародители при $\mu = 1$.

Используя решение уравнения (102), можно рассчитать вероятность P выживания остатков сгустков в течение времени жизни Галактики. Результаты расчёта показали, что для сгустков с $x_c \leq 0,05$ всюду $P \sim 1$ (см. рис. 8). Даже внутри балджа имеются пролетающие через него сгустки из внешних областей. Это означает, что

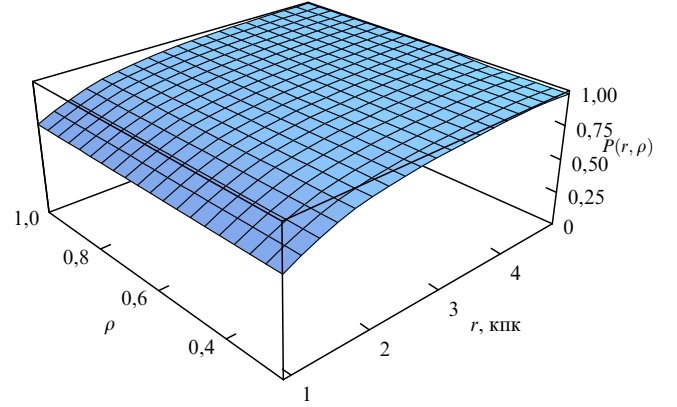


Рис. 8. Вероятность выживания $P(r, \rho)$, представленная как функция расстояния от центра Галактики r и средней внутренней плотности сгустков ρ в случае $x_c = R_c/R = 0,05$. Это даёт нормированную долю сгустков в гало P , выживших в процессах приливных разрушений диском и гало. Плотность сгустков нормирована на плотность $7,3 \times 10^{-23}$ г см $^{-3}$ сгустков массой $M = 10^{-6} M_{\odot}$, возникших из пиков 2σ в случае степенного спектра возмущений с показателем степени $n_s = 1$.

остатки сгустков в основном выживают в приливных взаимодействиях в Галактике. Вероятность заметно уменьшается, $P < 1$, вблизи центра Галактики для сгустков с $x_c > 0,05$. Это легко понять, если учесть, что при $x_c \rightarrow 1$ мы возвращаемся к старому критерию разрушения сгустков (90) и соответствующим результатам для вероятности выживания [43, 48].

Суммарно, с учётом разрушений в процессе раннего иерархического сгущивания и разрушений в гало, доля выживших сгустков в зависимости от массы сгустков и показателя степени спектра возмущений показана на рис. 9, причём результаты приведены для типичных сгустков, образующихся из флуктуаций величиной $\nu = 2$.

Функция масс сгустков в Галактике модифицируется в результате постепенной потери массы сгустками. Согласно теоретической модели [39] и численному моделированию [77], дифференциальная концентрация мелко-масштабных сгустков в сопутствующей системе отсчёта $n(M) dM \propto dM/M^2$. Это распределение показано на

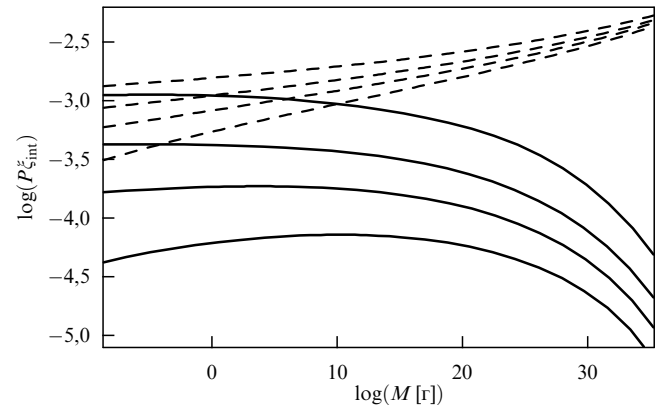


Рис. 9. Начальная доля (штриховые кривые) и современная доля (сплошные кривые) тёмной материи в виде выживших сгустков в единичном логарифмическом интервале масс $\delta M \sim M$ как функции массы сгустков M для значений (снизу вверх) $n_s = 0,949, 0,963, 0,977$ и $1,000$.

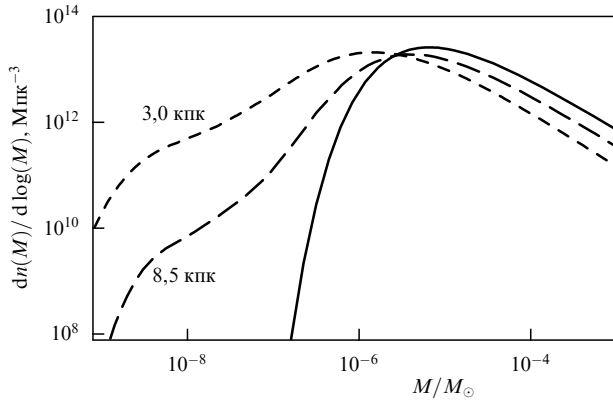


Рис. 10. Полученная численным методом модифицированная функция масс остатков сгустков на галактоцентрических расстояниях 3,0 и 8,5 кпк. Сплошная кривая — начальная функция масс.

рис. 10 сплошной кривой. При наличии сглаживания мелкомасштабных возмущений с $M < M_{\min}$ появляется дополнительный множитель $\exp[-(M/M_{\min})^{2/3}]$, ответственный за затухание возмущений при малых M .

Начальная (космологическая) функция масс сгустков в результате разрушений диском и звёздами преобразуется в итоговую (современную) функцию масс сгустков, которая показана на рис. 10 для двух расстояний от центра Галактики. В расчётах полагалось, что радиус сердцевин сгустков очень мал, так что допустимы все массы остатков сгустков. С конечным размером сердцевины функция масс имела бы обрезание на массе сердцевины сгустка, который сам обладал начальной массой $\sim M_{\min}$. Таким образом, с учётом приливного обдирания масса самых мелких структур тёмной материи составляет уже не $\sim M_{\min}$, а равняется массе сердцевины сгустков. Из рисунка 10 можно увидеть, что остатки сгустков существуют при $M < M_{\min}$. В балдже близко к центру Галактики остатки сгустков более многочисленны из-за интенсивного разрушения сгустков в области большой концентрации звёзд по сравнению с таковой в разрежённом звёздном гало. Основной вклад в "хвост" функции масс со стороны малых масс дают сгустки с орбитами, близкими к диску, которые разрушаются сильнее. Другим важным моментом является полное разрушение тех сгустков, орбиты которых полностью заключены в балдже. Тем не менее концентрация сгустков в балдже отлична от нуля, так как большая часть сгустков имеет орбиты, выходящие за пределы балджа. Эти "транзитные" сгустки проводят внутри балджа лишь малую часть своего орбитального периода и поэтому избегают полного разрушения.

8. Аннигиляция частиц в сгустках

Взаимодействие частицы с античастицей может привести к их аннигиляции с трансформацией энергии покоя в другие сорта частиц. Если среди продуктов аннигиляции есть, например, фотоны, то в принципе их можно зарегистрировать гамма-телескопами и тем самым получить информацию о свойствах частиц тёмной материи. Фотоны, в отличие от заряженных частиц, не отклоняются в космических магнитных полях, поэтому они регистрируются в направлениях на источники, что может облегчить идентификацию последних.

Локальный темп аннигиляции пропорционален квадрату концентрации частиц, поэтому он выше в центральных плотных областях гало тёмной материи. Вообще, при наличии любых неоднородностей $\bar{\rho}^2 > (\bar{\rho})^2$, поэтому неоднородности всегда приводят к увеличению аннигиляционного сигнала. Можно различать неоднородность тёмной материи в виде плавного нарастания её плотности к центру (например, согласно профилям (45), (46)) и более мелкие неоднородности, распределённые в малых масштабах достаточно хаотично на фоне этого правильного профиля плотности. Тёмную материю в плавном профиле часто называют диффузным компонентом гало. Концентрация частиц в сгустках намного больше концентрации в диффузном компоненте, по этой причине аннигиляционный сигнал от сгустков во многих моделях доминирует над сигналом от диффузного компонента (обычно за исключением самой плотной центральной области гало), даже если сгустки заключают в себе малую долю всей тёмной материи в гало.

В последние годы появлялись сообщения об обнаружении избытка гамма-излучения из центральной области Галактики, который нельзя объяснить излучением обычных астрофизических источников, и этот избыток связывался с аннигиляцией тёмной материи. Однако пока эти результаты достоверно не подтверждены, прежде всего, из-за больших неопределённостей астрофизических фонов. Тем не менее, даже если известен только верхний предел потока аннигиляционного излучения, можно получить ценные данные о возможных параметрах частиц тёмной материи. Насколько нам известно, идея подобных ограничений по гамма-фону впервые была предложена в [212].

Темп аннигиляции (число проаннигилировавших частиц, равное удвоенному числу событий аннигиляции) в одном сгустке даётся выражением

$$\dot{N}_{cl} = 4\pi \int_0^\infty r^2 dr \rho_{int}^2(r) m^{-2} \langle \sigma_{ann} v \rangle = \frac{3}{4\pi} \frac{\langle \sigma_{ann} v \rangle}{m^2} \frac{M^2}{R^3} S, \quad (103)$$

где v — относительная скорость двух частиц тёмной материи с массой m , σ_{ann} — сечение аннигиляции. Функция S в выражении (103) зависит от распределения тёмной материи внутри сгустка. В частности, $S = 1$ для простейшего случая, в котором сгусток имеет постоянную плотность, т.е. $\rho_{int}(r) = \text{const}$ при $r \leq R$ и $\rho_{int}(r) = 0$ при $r > R$, и $S \simeq 4/(9x_c)$ для изотермического профиля $\rho \propto r^{-2}$ с малым размером сердцевины, $x_c \ll 1$.

В выражении (103) подразумеваются майорановские частицы, т.е. частицы, тождественные своим античастицам, $\bar{\chi} = \chi$, как это имеет место для нейтрино. Если рассматриваются дираковские частицы, то ρ_{int} будет обозначать сумму плотностей частиц и античастиц и в (103) необходимо включить дополнительный множитель $1/2$.

8.1. Сечения и спектры продуктов аннигиляции нейтрино

Выражение $\langle \sigma_{ann} v \rangle$ через относительную скорость v двух частиц тёмной материи имеет вид

$$\langle \sigma_{ann} v \rangle = a + bv^2 + cv^4 + \dots, \quad (104)$$

где a включает в себя вклад только от s-волны, а b — вклад как от s-волны, так и от p-волны. При малых

скоростях, $v \ll 1$, можно ограничиться только первым слагаемым.

В выражении $\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle$ подразумевается усреднение по тепловому распределению частиц. Как правило, тепловой вид распределения реализуется и в ранней Вселенной, и в наиболее типичных моделях гало тёмной материи. Поэтому выражение $\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle$ достаточно универсально, и с помощью этой величины можно связать процесс рождения частиц в ранние космологические эпохи и темп их аннигиляции в современной Вселенной. В случае сильно неізотропной или нетепловой функции распределения в $\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle$ появится дополнительный коэффициент порядка единицы.

Наиболее вероятный канал аннигиляции — аннигиляция в кварки и дальнейшая адронизация продуктов реакций с формированием почти универсального спектра продуктов аннигиляции в виде континуума. Гамма-кванты в этом случае генерируются в основном в результате распадов нейтральных пи-мезонов:

$$x + \bar{x} \rightarrow \pi^0 + \text{all}, \quad \pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma,$$

где "all" обозначает все остальные продукты аннигиляции. Функция фрагментации dN_i/dx для дифференциального числа частиц типа i , рождающихся при одном событии аннигиляции с энергией $E = xt$, рассчитана в [213, 214], где приведены также различные аналитические приближения. Важную роль в формировании аннигиляционного спектра может играть внутреннее тормозное излучение от заряженных частиц, имеющих среди промежуточных продуктов аннигиляции. В конкретных расчётах часто используется пакет компьютерных программ DarkSUSY [215], позволяющий получать сечения и спектры продуктов аннигиляции в различных каналах при различных предположениях о параметрах суперсимметричной модели.

В некоторых суперсимметричных моделях возможна аннигиляция нейтрально преимущественно в лептонный канал. Эти модели получили развитие в связи с данными эксперимента PAMELA (Payload for Antimatter Matter Exploration and Light-nuclei Astrophysics), о чём подробнее говорится в разделе 9.

В большинстве простейших моделей основной аннигиляционный сигнал генерируется в континууме, а линии в спектре, даже если они есть, подавлены. Тем не менее генерация линий, пусть и с малой интенсивностью, возможна при аннигиляции нейтрально в два фотона, в фотон и Z^0 -бозон или в фотон и бозон Хиггса. Обнаружение монохроматической спектральной линии предоставило бы уникальную возможность выделить сигнал из фона, так как при больших энергиях трудно ожидать выделенной линии в излучении обычных астрофизических источников. В связи с этим большое внимание привлекли недавние сообщения о наличии линии при энергии 130 ГэВ в наблюдениях Fermi-LAT (Fermi Large Area Telescope) центральной области Галактики [216, 217], а также некоторые указания на линию при той же энергии от скоплений галактик [218] и от неидентифицированных источников в каталоге Fermi-LAT (см. подробное обсуждение этих очень актуальных сегодня вопросов в [219]). Интригующим обстоятельством является смещение максимума излучения в линии от динамического центра Галактики на $\simeq 1,5^\circ$. Однако при наличии смещения аннигиляционный сценарий встречается с

трудностями, поскольку нецентральное положение каспа тёмной материи привело бы к его приливному разрушению при взаимодействии с барионным каспом [220].

Рассмотрим теперь эффект усиления Зоммерфельда, который может существенно увеличить сечение аннигиляции частиц при малых относительных скоростях, в частности, внутри сгустков. Усиление Зоммерфельда стало очень актуальным и широко обсуждалось в связи с данными PAMELA, рассмотренными в разделе 9, поскольку лишь один этот эффект при наличии в гало Галактики сгустков с массами $\geq 10^5 M_\odot$ оказался способным дать требуемый буст-фактор в несколько порядков величины. То, что усиление Зоммерфельда играет важную роль для аннигиляции суперсимметричных частиц тёмной материи, впервые было указано в [221, 222]. Усиление Зоммерфельда, выражающееся в возрастании сечения аннигиляции, обусловлено многократным обменом промежуточными бозонами между аннигилирующими частицами. Этот обмен, происходящий согласно лестничной диаграмме Фейнмана, соответствует определённому искажению волновых функций аннигилирующих частиц из-за наличия дополнительного потенциала взаимодействия в уравнении Шрёдингера [223]. Для суперсимметричных частиц при этом важно, чтобы нейтрально являлось членом мультиплета состояний с близкими массами, между которыми происходит коаннигиляция. Поэтому, например, для бино, представляющего собой синглет, усиление Зоммерфельда отсутствует. В [181] рассмотрено усиление Зоммерфельда для сверхтяжёлых нейтрально.

Чаще всего усиление Зоммерфельда моделируется с помощью потенциала Юкавы $V(r) = -(a/r) \exp(-m_V r)$, где m_V — масса частицы-переносчика взаимодействия. В кулоновском пределе $m_V \rightarrow 0$ коэффициент усиления \mathcal{R} (отношение пертурбативного и непертурбативного сечений аннигиляции), определённый посредством соотношения $\langle \sigma v \rangle = \mathcal{R} \langle \sigma v \rangle_0$, имеет вид

$$\mathcal{R} = \frac{\pi\alpha}{\beta} \left[1 - \exp\left(-\frac{\pi\alpha}{\beta}\right) \right]^{-1}, \quad (105)$$

где $\beta = v/c$. Для малых β коэффициент усиления $\mathcal{R} \propto 1/v$. Однако при очень малых β , порядка 10^{-4} (для модели с массами частиц около 1 ТэВ, рассмотренной в [223]), происходит насыщение и при дальнейшем уменьшении скорости сечение не возрастает. При изменении соотношений между массой частиц тёмной материи и массами частиц-переносчиков взаимодействия в сечении аннигиляции появляются резонансы, в которых коэффициент \mathcal{R} достигает величины $\sim 10^4 - 10^5$ [223]. Кроме того, как показано в [223], вследствие эффекта Зоммерфельда сечение аннигиляции нейтрально в электрон-позитронные пары имеет тот же порядок, что и сечение аннигиляции в промежуточные бозоны, тогда как в отсутствие эффекта Зоммерфельда первое сечение подавлено фактором $(m_e/m)^2$.

Продукты аннигиляции могут наблюдаться также по косвенным эффектам. Например, синхротронное излучение заряженных частиц, рождающихся при аннигиляции нейтрально, может объяснить диффузное космическое радиоизлучение, наблюдавшееся на ARCADE-2 (Absolute Radiometer for Cosmology, Astrophysics, and Diffuse Emission 2) и других установках [224].

8.2. Проблема выделения астрофизических фонов, не связанных с аннигиляцией

В поиске сигналов от аннигиляции частиц тёмной материи возникает сложная задача выделения этих сигналов над уровнем различных фонов, создаваемых космическими лучами и обычными астрофизическими источниками. Сложнее всего отделить вклад межзвёздных космических лучей, поскольку они распространяются далеко от своих источников и генерируют диффузные гамма-фоны при взаимодействии с межзвёздным газом и полем излучения.

Наблюдаемые потоки заряженных частиц в составе космических лучей сравнивают с потоками заряженных частиц в модели вторичной генерации, которая была разработана В.Л. Гинзбургом и С.И. Сыроватским [225, 226], а её современная версия в виде удобного пакета компьютерных программ GALPROP представлена в [227]. Эта модель служит основой для выявления в спектрах различных аномалий, которые могут указывать на аннигиляцию частиц тёмной материи.

В настоящее время основным прибором, с помощью которого ведут поиски аннигиляции частиц тёмной материи, является космическая гамма-обсерватория им. Э. Ферми (прежнее название Gamma-ray Large Area Space Telescope, GLAST), запущенная в 2008 г., а основным инструментом обсерватории является телескоп LAT (Large Area Telescope). В диапазоне энергий около 1 ГэВ Fermi-LAT обладает разрешением приблизительно 1° , это соответствует его функции распределения (point-spread function) на уровне 68 % [228]. Наблюдаемые Fermi-LAT объекты с большим угловым размером уже нельзя считать точечными, и в каждом направлении телескоп будет видеть только часть их гамма-излучения. Fermi-LAT способен регистрировать гамма-излучение с энергией, превышающей минимальную пороговую энергию 100 МэВ, и имеет чувствительность относительно регистрации точечных источников $\Phi(E > 100 \text{ МэВ}) = 6,0 \times 10^{-9} \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$. Не все из точечных источников идентифицированы, и часть из них можно отнести к аннигиляции частиц в больших сгустках тёмной материи. Ограничения на число сгустков и породивший их спектр возмущений в различных диапазонах масс получены в [153] в результате сравнения данных Fermi-LAT по точечным гамма-источникам и рассчитанного аннигиляционного сигнала от сгустков, как галактических, так и внегалактических. Кроме того, в [153] рассматривались ограничения по диффузному излучению, реионизации и гравитационному микролинзированию. В [72] проведено сравнение данных Fermi-LAT с рассчитанным сигналом от сгустков в случае степенной зависимости сечения аннигиляции от относительной скорости частиц $\sigma_{\text{ann}} \propto v^{-\beta}$ (учитывался также возможный фактор кулоновского усиления), где β — свободный параметр, и получены ограничения на β и другие параметры.

8.3. Параметризация аннигиляционного сигнала

При расчёте аннигиляционного сигнала удобно отделить факторы, связанные со свойствами частиц тёмной материи, от "астрофизических" факторов, обусловленных распределением тёмной материи и наличием сгустков в её составе. К последним факторам относятся, в частности, характер кластеризации тёмной материи и наличие сгустков в её составе. Следуя [53], запишем наблюдаемый

поток из направления ψ , усреднённый по телесному углу $\Delta\Omega$:

$$J_\gamma(E, \psi, \Delta\Omega) = 9,4 \times 10^{-11} \frac{dS}{dE} \langle J(\psi) \rangle_{\Delta\Omega}, \quad (106)$$

где

$$\frac{dS}{dE} = \left(\frac{100 \text{ ГэВ}}{m} \right)^2 \sum_f \frac{\langle \sigma_f v \rangle}{10^{-26} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}} \frac{dN_\gamma^f}{dE}, \quad (107)$$

dN_γ^f обозначает число фотонов на один акт аннигиляции (на пару проаннигилировавших частиц), а астрофизический фактор (в направлении ψ , усреднённый по телесному углу $\Delta\Omega$)

$$\langle J(\psi) \rangle_{\Delta\Omega} = \frac{1}{8,5 \text{ кпк}} \frac{1}{\Delta\Omega} \int d\Omega' \int dL \left(\frac{\rho(r)}{0,3 \text{ ГэВ см}^{-3}} \right)^2. \quad (108)$$

Интегрирование проводится вдоль луча зрения. Для дираковских частиц в (106) добавляется дополнительный коэффициент 1/2, при этом $\rho = \rho_+ + \rho_-$ по-прежнему обозначает общую плотность тёмной материи (суммарно частиц и античастиц).

В случае обычных ($\sim 100 \text{ ГэВ}$) нейтрально темп генерации гамма-квантов в сгустке приближённо можно представить как $2\eta_{\pi^0} \dot{N}_{\text{cl}}$, где $\eta_{\pi^0} \sim 10$ — множественность нейтральных пионов. Здесь предполагается, что нейтрально аннигилируют с рождением π^0 и последующими распадами $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$. Кумулятивный сигнал под углом ψ по отношению к центру галактики

$$J_\gamma \left(E > \frac{m_{\pi^0}}{2}, \psi \right) = 1,9 \times 10^{-10} \left(\frac{m}{100 \text{ ГэВ}} \right)^{-2} \frac{\langle \sigma v \rangle}{10^{-26} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}} \langle J(\psi) \rangle_{\Delta\Omega}. \quad (109)$$

Астрофизический множитель для аннигиляции частиц в сгустках имеет вид

$$\langle J(\psi) \rangle_{\Delta\Omega} = \int d\xi_{\text{cl}} \left(\frac{\rho_{\text{cl}}}{0,3 \text{ ГэВ см}^{-3}} \right) \int_{\text{l.o.s.}} \frac{dL}{8,5 \text{ кпк}} \left(\frac{\rho_{\text{h}}(r)}{0,3 \text{ ГэВ см}^{-3}} \right), \quad (110)$$

где предполагается, что в ξ_{cl} уже включена вероятность выживания P , рассчитанная в разделе 7.3, l.o.s. означает, что интегрирование проводится по лучу зрения (line of sight).

8.4. Усиление аннигиляционного сигнала

Коэффициент усиления аннигиляционного сигнала часто называют фактором усиления (boost-factor). Как правило, рассматривается усиление в сравнении с моделью, в которой гало Галактики или другой объект из тёмной материи не имеет мелкомасштабных субструктур. Например, фактор усиления порядка 10 требуется для интерпретации наблюдаемого космическим аппаратом EGRET (Energetic Gamma Ray Experiment Telescope) избытка гамма-излучения в модели аннигиляции обычных нейтрально [229]. Фактор усиления в направлении ψ

определяется как

$$B(\psi) = \frac{J^{\text{cl}}(\psi) + J^{\text{hom}}(\psi)}{J^{\text{hom}}(\psi)}, \quad (111)$$

где $J^{\text{hom}}(\psi)$ — сигнал от некластеризованной тёмной материи в гало. В случае $\langle \sigma v \rangle = \text{const}$ усиление η не зависит от сечения аннигиляции и определяется только кластеризацией тёмной материи.

Для суммарного сигнала, проинтегрированного по всем направлениям, вместо $\Delta\Omega^{-1} \int d\Omega'$ проводится интегрирование по углам:

$$\int_0^\pi d\zeta \sin \zeta \int_0^{2\pi} d\phi \dots, \quad (112)$$

где ζ — угол между линией взгляда и направлением на центр Галактики. Расстояние l между сгустком и центром Галактики можно выразить через r (в данном случае это расстояние от Земли до сгустка), r_\odot (расстояние от Солнца до центра Галактики) и ζ следующим образом: $l(\zeta, r) = (r^2 + r_\odot^2 - 2rr_\odot \cos \zeta)^{1/2}$. Максимальное расстояние от Солнца до внешней границы гало в направлении ζ имеет вид $r_{\text{max}}(\zeta) = (R_h^2 - r_\odot^2 \sin^2 \zeta)^{1/2}$, где $R_h \sim 100$ кпк — вириальный радиус гало Галактики, $r_\odot = 8,5$ кпк.

В предположении, что концентрация сгустков пропорциональна плотности гало, т.е. $n_{\text{cl}}(l) = \xi \rho_{\text{DM}}(l)/M$, для коэффициента усиления получаем удобную оценку:

$$B \approx 1 + \xi S(x_c, \beta) \frac{\bar{\rho}_{\text{int}}}{\rho_{\text{DM}}}, \quad (113)$$

где $\bar{\rho}_{\text{DM}} = 4,26 \times 10^{-23}$ г см $^{-3}$. Если, например, взять значения параметров $\beta \simeq 1,8$, $x_c \simeq 0,05$, $S(x_c, \beta) \simeq 5$, $\bar{\rho}_h \sim \rho_{\text{DM}}(r_\odot) \sim 0,3$ ГэВ см $^{-3}$, $\bar{\rho}_{\text{int}} \sim 2 \times 10^{-22}$ г см $^{-3}$, $\xi \sim 0,001$, то из (113) следует численная оценка $B \sim 3$. Близкая оценка, $B \sim 4$, для аннигиляции в гало Галактики получена в недавней работе [51].

8.5. Аннигиляция в галактиках и скоплениях

Сравнивая результаты расчётов с наблюдательными ограничениями на гамма-фон и число точечных источников, можно получать различные ограничения на свойства частиц тёмной материи и её кластеризацию. Ограничения Fermi-LAT на аннигиляцию в скоплениях галактик рассматривались в [230–234]. В [235] указано, что данные по скоплениям Дева (Virgo), Печь (Fornax) и Кома (Coma), возможно, содержат избыток гамма-излучения, который может объясняться аннигиляцией частиц тёмной материи. Ограничения Fermi-LAT на аннигиляцию в центре Галактики (Milky Way) были исследованы, например, в [236–238]. Прямое сравнение сигналов от скоплений и Галактики проведено в [239] (см. там рис. 7 и раздел 5.3) и [240] (см. таблицу 1 в [240]). Сигнал от невидимых спутников Галактики исследован в [241].

Лучшие ограничения на сечения аннигиляции получены в настоящее время из наблюдений карликовых сфероидов — спутников Галактики [230]. Пределы Fermi-LAT для этих объектов уже приблизились к тепловому сечению $\langle \sigma v \rangle \simeq 3 \times 10^{-26}$ см 3 с $^{-1}$ даже в самом консервативном случае без какого-либо фактора усиления [242, 243]. В случае теплового сечения частицы тёмной материи рождаются в ранней Вселенной в количестве, как раз необходимом для объяснения тёмной материи. Карликовые галактики являются очень перспек-

тивными с точки зрения поиска аннигиляции частиц тёмной материи, так как в них мало газа и низок темп образования звёзд. По этой причине должен быть низким уровень гамма-фона, создаваемого космическими лучами. С другой стороны, карликовые сфероиды имеют большое отношение масса–светимость ($\sim 10^3 M_\odot/L_\odot$), т.е. они содержат относительно много тёмной материи. Исследователи коллаборации Fermi-LAT из условия, что $\langle \sigma v \rangle$ меньше 3×10^{-26} см 3 с $^{-1}$, нашли [242] минимально возможную массу частиц ≈ 27 ГэВ в адронном канале аннигиляции и ≈ 37 ГэВ — в лептонном. В [243] с помощью альтернативного анализа сигналов и фонов сделан вывод, что данные Fermi-LAT по карликовым сфероидам с вероятностью 95% исключают частицы тёмной материи с массами, меньшими 40 ГэВ, в предположении адронного канала аннигиляции. Кроме того, ведутся поиски аннигиляционного сигнала от шаровых звёздных скоплений [244]. Некоторые из этих объектов, вероятно, являются остатками небольших галактик-спутников, ободранных приливными силами, и содержат много тёмной материи. Однако сигнал от шаровых скоплений пока не зарегистрирован.

Подробности вычисления аннигиляционных сигналов от карликовых галактик можно найти в указанных выше работах, а здесь для примера мы остановимся подробнее на вычислении сигналов от Галактики и от скоплений галактик. Для скопления Дева расстояние от Земли до центра скопления превышает вириальный радиус скопления. Поэтому интегрирование по L в (108) ограничено величинами $L_{\text{max, min}}(\psi) = \pm(R^2 - r_V^2 \sin^2 \psi)^{1/2} + r_V \cos \psi$ и $\sin \psi < \sin \psi_{\text{max}} = R/r_V$, где расстояние от центра скопления Дева до Земли $r_V = 16,5$ Мпк [245]. Для скопления Дева в профиле НФУ имеем $a^V = 0,58$ Мпк, вириальный радиус скопления $R^V = 2,4$ Мпк и $\rho_0^V = 1,0 \times 10^5 M_\odot$ кпк $^{-3}$.

Сравним сначала сигналы от диффузных компонентов тёмной материи без сгустков. Сигналы от центральных областей Девы и Галактики с угловыми размерами $\delta\psi = 1^\circ$, по приведённым выше формулам:

$$\langle J(\psi) \rangle_{\Delta\Omega} (\text{Milky Way}) \simeq 1,4 \times 10^3, \quad (114)$$

$$\langle J(\psi) \rangle_{\Delta\Omega} (\text{Virgo}) \simeq 5 \times 10^{-2}. \quad (115)$$

Эти же сигналы, но проинтегрированные по углу $\Delta\Omega = 4\pi$ для Галактики и углу $\Delta\Omega = 2\pi(1 - \cos \psi_{\text{max}}) = 0,067$ для Девы:

$$\langle J(\psi) \rangle_{\Delta\Omega} (\text{Milky Way}) \simeq 3, \quad (116)$$

$$\langle J(\psi) \rangle_{\Delta\Omega} (\text{Virgo}) \simeq 9 \times 10^{-4}. \quad (117)$$

Центры Девы и Галактики являются довольно плохими объектами для поиска аннигиляционных сигналов ввиду сильного фонового загрязнения от обычных астрофизических источников, в том числе от сигнала, генерируемого космическими лучами. Кроме того, Дева содержит галактику M87 с активным ядром. Отношение сигнала к шуму может принципиально изменить оценку шансов детектирования по сравнению со сделанными ранее оценками.

Рассмотрим теперь вклад мелкомасштабных сгустков, имеющих распределение (88). В (110) интегрирование по распределению сгустков может быть проведено

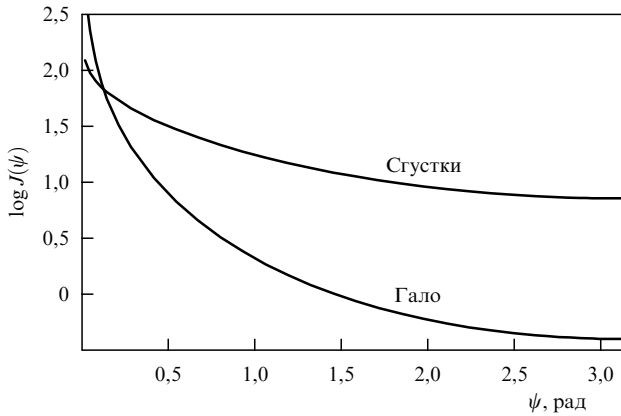


Рис. 11. Астрофизический фактор $J(\psi)$ (в условных единицах) как функция угла ψ между лучом зрения и направлением на центр Галактики.



Рис. 12. Аннигиляционный сигнал в плоскости диска Галактики и в вертикальной плоскости как функция угла ζ между лучом зрения и направлением на центр Галактики. Для сравнения также показан аннигиляционный сигнал от гало Галактики без сгустков.

аналитически:

$$\langle J(\psi) \rangle_{\Delta\Omega} \simeq 7,01 \left(\frac{S(x_c, \beta)}{S(0,01; 1,8)} \right) \left(\frac{\sigma_{\text{eq}}(M_{\text{min}}, n_s)}{\sigma_{\text{eq}}(10^{-6} M_{\odot}; 0,963)} \right)^3 \times \frac{1}{\Delta\Omega} \int d\Omega' \int \frac{dL\rho(r)}{0,3 \text{ ГэВ см}^{-3}}, \quad (118)$$

где $S(0,01; 1,8) \simeq 14,5$, $\sigma_{\text{eq}}(10^{-6} M_{\odot}; 0,963) \simeq 8,76 \times 10^{-3}$. Для центральных областей Галактики и Девы размером 1° с учётом вклада сгустков имеем

$$\langle J(\psi) \rangle_{\Delta\Omega} (\text{Milky Way}) \simeq 1,4 \times 10^2, \quad (119)$$

$$\langle J(\psi) \rangle_{\Delta\Omega} (\text{Virgo}) \simeq 13, \quad (120)$$

а для сигналов, проинтегрированных по углам, получим

$$\langle J(\psi) \rangle_{\Delta\Omega} (\text{Milky Way}) \simeq 15, \quad (121)$$

$$\langle J(\psi) \rangle_{\Delta\Omega} (\text{Virgo}) \simeq 1,3. \quad (122)$$

Таким образом, в Деве усиление сигнала сгустками может достигать трёх порядков.

Интересно также сравнить сигналы от сгустков с $M_{\text{min}} \sim 10^{-6} M_{\odot}$, образовавшихся из стандартного степенного спектра возмущений с нормировкой на данные WMAP, и от диффузной распределённой тёмной материи в Галактике. Функцию распределения этих сгустков, возникшую в процессе иерархического сгущивания, положим равной (88), а для вероятности выживания сгустков в Галактике воспользуемся результатами раздела 7.3. Полученные результаты показаны на рис. 11. Видно, что, в зависимости от угла, усиление сигнала сгустками тёмной материи достигает 2,5 порядков величины.

8.6. Анизотропия аннигиляционных сигналов

Обычным предположением при вычислениях аннигиляционного сигнала является сферическая симметричность гало Галактики. В этом случае анизотропия аннигиляционного гамма-излучения обусловлена только нецентральной позицией Солнца в Галактике. Тем не менее в [63] продемонстрировано принципиальное значение несферичности гало для наблюдаемого аннигиляционного сигнала. Согласно наблюдениям, оси эллипсоид-

дального гало Галактики различаются не более чем на 10%–20%, однако нельзя полностью исключить и большее, вплоть до двукратного, различие этих осей [246, 247]. Это приводит к неопределённости до порядка величины в предсказаниях аннигиляционных сигналов из направления антицентра Галактики [63].

В [48, 203] обсуждалась анизотропия по отношению к диску Галактики. Процесс приливного разрушения сгустка в общем случае является анизотропным и зависит от наклона орбиты сгустка к плоскости диска. Соответственно, аннигиляция тёмной материи в гало (в выживших сгустках) также анизотропна. На рисунке 12 аннигиляционный сигнал, рассчитанный в [48], показан в плоскости диска Галактики и ортогональной плоскости (проходящей через центр Галактики) как функция угла ζ между лучом зрения и направлением на центр Галактики. Для сравнения на рис. 12 приведён также сигнал от сферически-симметричного гало без сгустков. Последний сигнал является одинаковым в плоскости диска и ортогональной плоскости, поэтому он в принципе может быть выделен в наблюдениях. Различие сигналов в двух указанных ортогональных плоскостях при одинаковых углах ζ можно рассматривать как меру анизотропии сигнала. Определим $\delta = (I_2 - I_1)/I_1$ — эта величина имеет максимальное значение $\delta \simeq 0,09$ при $\zeta \simeq 39^\circ$, тем не менее она заметно превышает разрешение Fermi-LAT.

Аннигиляционный сигнал из области галактического центра зависит от профиля плотности тёмной материи в центральной области гало. При наличии каспа [176] неизбежно существование яркого источника в центре Галактики. Однако этот касп в распределении диффузной тёмной материи может быть разрушен влиянием барионов [248]. Мелкомасштабные сгустки более эффективно разрушаются внутри звёздного балджа в центре Галактики. Возможно также наблюдение в других галактиках тёмных "гамма-кругов", возникающих из-за отсутствия сгустков в центральных областях этих галактик [203].

Следует отметить также очевидную (intrinsic) анизотропию аннигиляционного сигнала, обусловленную кластеризацией тёмной материи. Соответствующий угловой спектр флуктуаций аннигиляционного сигнала на малых угловых масштабах связан со спектром сгущений тёмной материи [249–252]. В принципе, близкие сгустки могут быть видны в гамма-наблюдениях неба как точечные

источники [63, 72]. Некоторые указания на мелкомасштабную анизотропию, соответствующую популяции точечных источников, получены в наблюдениях Fermi-LAT [253], и пока нельзя исключать, что часть этих источников может быть сгустками тёмной материи. Другой второстепенный источник аннигиляционной анизотропии, который легко выделить, — это дипольная анизотропия, возникающая вследствие движения Солнца в Галактике [254].

8.7. Аннигиляция в сверхплотных сгустках

Усиление аннигиляционного сигнала в сгустках, с одной стороны, повышает шансы обнаружить аннигиляционные сигналы, с другой стороны, в некоторых моделях усиление получается настолько большим, что предсказываемые сигналы превышают наблюдаемые фоны, что ограничивает возможные значения параметров сгустков и частиц тёмной материи.

Рассмотрим сначала стандартные нейтралы с массой порядка электрослабого масштаба энергий, рождающиеся по тепловому механизму. Покажем, что если все эти частицы кластеризованы в сверхплотные сгустки, образовавшиеся на РД-стадии, то поток аннигиляционного излучения превысит наблюдательный предел, поэтому данный сценарий (сверхплотные сгустки из стандартных нейтралов) исключается. Выберем параметры, которые минимизируют поток. Для средней плотности нейтралов в сгустках возьмём минимальную величину, соответствующую образованию сгустков в конце РД-стадии, $\bar{\rho}_{\text{int}} = 178\rho_{\text{eq}}$. Тогда минимальный поток гамма-излучения, усреднённый по углам,

$$J_{\gamma}^{\text{tot}} = 4,3 \langle \sigma v \rangle_{26} m_{100}^{-2} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1} \text{ ср}^{-1}, \quad (123)$$

где m_{100} — масса нейтралов m в единицах 100 ГэВ, $\langle \sigma v \rangle_{26} = \langle \sigma v \rangle / (10^{-26} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1})$. Интегральный поток (123) примерно на пять порядков превышает наблюдаемый. Однако уменьшения числа образующихся сгустков вследствие начальной несферичности возмущений оказывается достаточно для согласия с наблюдениями [131]. Можно рассмотреть более массивные нейтралы и выбрать минимально допустимое сечение аннигиляции [177] для случая сильно подавленного s-волнового канала аннигиляции $\langle \sigma v \rangle = 1,7 \times 10^{-30} m_{100}^{-2} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$, однако при доле сгустков в составе тёмной материи $f_{\text{cl}} \ll 1$ аннигиляционный сигнал всё же на несколько порядков будет превышать диффузный поток, измеренный EGRET и Fermi-LAT. В частном случае сгустков в виде "нейтральных звёзд" на подобное превышение указано в [177].

В [152, 158, 159] из условия отсутствия аннигиляционного сигнала (в модели обычных нейтралов) делался вывод, что сгустки составляют лишь долю тёмной материи, много меньшую единицы. Аналогичный вывод сделан в [149] на основе влияния ранней аннигиляции на процесс рекомбинации и с учётом известных ограничений на это влияние из наблюдений реликтового излучения. Если фиксировать модель стандартного (~ 100 ГэВ) нейтралов, то простой возможностью избежать противоречий по аннигиляционным сигналам остаётся малая величина возмущений, при которой сверхплотные сгустки не образуются. В частности, исходя из отсутствия наблюдаемых точечных гамма-источников в [103] получено, что в эпоху аннигиляции e^+e^- величина входящих под горизонт возмущений составляла менее 10^{-3} .

В [159] дополнительные ограничения на сгустки получены посредством учёта влияния аннигиляционного излучения на реионизацию Вселенной.

Обсудим теперь аннигиляцию сверхтяжёлых частиц в сверхплотных сгустках. Хотя идея о существовании сверхтяжёлых частиц тёмной материи теоретически допустима и хорошо обоснована, их детектирование выглядит чрезвычайно сложной задачей. Действительно, рождение таких частиц на ускорителях и их прямая регистрация выходят далеко за пределы имеющихся сейчас и предполагаемых в обозримом будущем возможностей. Темп аннигиляции указанных частиц зависит от их массы приблизительно как $\dot{N}_{\text{ann}} \propto m^{-4}$. Поскольку фоновые излучения, такие как космические лучи от астрофизических источников или диффузный поток фотонов, уменьшаются лишь как $1/E^{\alpha}$, где $\alpha \leq 3$, непрямая регистрация частиц тёмной материи выглядит всё более и более трудной задачей по мере перехода к большим массам. Возможностью, позволяющей преодолеть эту трудность, является формирование сверхплотных центральных областей в сгустках [255]. В указанной работе с целью объяснить происхождение космических лучей сверхвысоких энергий [256] была рассмотрена аннигиляция сверхтяжёлых частиц тёмной материи в плотных центральных областях сгустков как альтернатива сценариям [20, 21] с распадами сверхтяжёлых частиц.

Другая возможность — это аннигиляция в сверхплотных сгустках, рассмотренная в [164, 181]. В достаточно плотных сгустках релаксация за счёт двухчастичного гравитационного рассеяния может инициировать "гравитермическую катастрофу" и профиль плотности сгустков трансформируется в изотермический профиль $\rho \propto r^{-2}$ с очень малым размером сердцевин. Этот процесс имеет место для сверхтяжёлых бино. Вследствие возрастания плотности аннигиляция тёмной материи в таких сгустках существенно усиливается. Вино и хиггсино, в отличие от бино, сильно связаны с тепловой плазмой, поэтому гравитермической катастрофы не возникает. Вириальные скорости частиц тёмной материи в сверхплотных сгустках очень малы, что приводит к усилению Зоммерфельда для темпа аннигиляции вино и хиггсино. С учётом этого эффекта в [164, 181] показано, что аннигиляционный поток от сверхтяжёлых частиц тёмной материи может находиться на наблюдаемом уровне для всех типов сверхтяжёлых нейтралов.

Аннигиляция нейтралов в сверхплотных сгустках вокруг петель космических струн исследована в [141]. Образование таких сгустков обсуждалось в разделе 3.5. Из сравнения рассчитанного сигнала с данными Fermi-LAT, рассматриваемыми как верхний предел, можно получить ограничения на параметры космических струн и частиц.

В заключение этого раздела укажем ещё три возможных эффекта аннигиляции. Заряженные частицы, рождающиеся при аннигиляции в сгустках, могут создавать дополнительные неоднородности в межзвёздных магнитных полях, что отразится на коэффициенте диффузии космических лучей [257]. Аннигиляция нейтралов в сгустках на красных смещениях $z \sim 10-30$ может заметно изменить тепловой баланс газа во Вселенной, а без сгустков этот механизм неэффективен [258]. Аннигиляция в сгустках может также влиять на историю реионизации Вселенной [259].

9. Потоки заряженных частиц в экспериментах PAMELA, ATIC и других

9.1. Данные наблюдений

Ещё в 1994 г. в баллонном эксперименте HEAT (High-Energy Antimatter Telescope) был обнаружен небольшой избыток e^+ в диапазоне 6–10 ГэВ, в качестве возможного объяснения которого предлагались модели аннигиляции тёмной материи. Избыток e^+ при той же энергии был выявлен и в эксперименте AMS-01 (Alpha Magnetic Spectrometer 01). В дальнейшем при наблюдении на более совершенных телескопах эти данные для энергий 6–10 ГэВ не нашли подтверждения, но "взамен" были представлены новые результаты, свидетельствующие об избытке e^+ при больших энергиях.

Детектор PAMELA, предназначенный для исследования заряженного компонента космических лучей, на борту российского спутника "Ресурс-ДК1", выведенного на орбиту 15 июня 2006 г., способен регистрировать позитроны и антипротоны в космических лучах. В представленных в 2008 г. данных был отмечен избыток e^+ в диапазоне энергий 10–60 ГэВ, при которых отсутствует солнечная модуляция. Через некоторое время этот избыток был уверенно подтверждён при энергиях до 90 ГэВ.

За 850 дней наблюдений, с июля 2006 г. до декабря 2008 г., детектор PAMELA зарегистрировал ≈ 1500 антипротонов с энергией от 60 до 180 ГэВ, причём этот поток антипротонов с точностью до измерительных и модельных погрешностей хорошо соответствует модели вторичной генерации антипротонов при взаимодействии космических лучей с межзвёздным газом [260]. В частности, данные PAMELA воспроизводят форму ожидавшегося максимума в спектре антипротонов при энергии около 2 ГэВ. Таким образом, наблюдавшийся PAMELA избыток e^+ не сопровождается избытком \bar{p} .

В экспериментах ATIC (Advanced Thin Ionization Calorimeter), выполнявшихся на воздушном шаре, в спектре электронов был выявлен избыток при энергиях 300–800 ГэВ с резким завалом в сторону больших энергий. Ввиду того что электроны легко поглощаются межзвёздным газом, подобный избыток может дать только не слишком далёкий источник.

Результаты измерений на различных детекторах в некоторых диапазонах энергий заметно различаются между собой. Поток электронов, измеренный ATIC, несколько превосходит предсказания стандартной модели генерации, в то время как измерения PAMELA при энергиях до 625 ГэВ дают меньший поток, согласующийся со стандартной моделью генерации [261]. Данные PAMELA выглядят несколько более убедительными в связи с тем, что детектор PAMELA имеет хорошую магнитную систему сепарации частиц, более объёмный, чем у ATIC, калориметр, а также нейтронный детектор, кроме того, данные PAMELA на конечной стадии проходят визуальную обработку.

PAMELA также предоставил лучшие на сегодняшний день ограничения на потоки антидейтерия и антигелия, за исключением отдельных участков спектра энергий, в которых более жёсткие ограничения даёт эксперимент BESS (Ballon-borne Experiment with a Superconducting Spectrometer). Для тёмной материи эти ограничения интересны тем, что пары $d\bar{d}$ и $He\bar{He}$ могут с некоторой

вероятностью рождаться при аннигиляции частиц тёмной материи.

Недавно в эксперименте AMS-02 на борту Международной космической станции был зарегистрирован избыток доли позитронов при энергиях до 350 ГэВ [262], т.е. результаты PAMELA получили подтверждение и были продолжены в область более высоких энергий.

9.2. Аннигиляционный сценарий и его проблемы

Одной из интерпретаций избытка e^+ в эксперименте PAMELA является аннигиляция частиц тёмной материи. Эта гипотеза привлекла широкое внимание, поскольку она могла быть указанием на непрямую регистрацию тёмной материи. Обсуждение моделей аннигилирующей тёмной материи в связи с данными PAMELA значительно оживило эту область исследований и стимулировало подробную проработку моделей нейтралито, аккуратные вычисления сечений аннигиляции, спектров продуктов аннигиляции и т.п. Обсуждались также модели с распадающимися частицами тёмной материи. Сразу следует сказать, что в дальнейшем были предложены более простые астрофизические объяснения (см. раздел 9.3), так что модель тёмной материи сейчас не считается основной.

Для объяснения данных PAMELA аннигиляцией обычных нейтралито, родившихся по тепловому механизму, приходится предположить наличие значительного фактора усиления, так как сечение аннигиляции фиксируется моделью рождения нейтралито и этого сечения недостаточно для генерации наблюдаемых потоков заряженных частиц. Одним из источников фактора усиления, как мы уже знаем, являются сгустки с повышенной плотностью [263]. Поскольку дисперсия скоростей частиц в сгустках мала, одновременно важными оказываются эффект усиления Зоммерфельда и радиационные поправки, за счёт которых сечение аннигиляции может увеличиваться на несколько порядков величины. Это может дать увеличение аннигиляционных потоков в гамма-фотонах и позитронах [264]. Более ранние объяснения результатов HEAT аннигиляцией нейтралито также требовали наличия фактора усиления порядка 30.

Итак, казалось бы, аннигиляция нейтралито легко объясняет данные PAMELA. Однако этот сценарий встречается с серьёзной трудностью. Как сказано в разделе 9.1, в наблюдениях PAMELA отсутствует избыток антипротонов, в то время как типичные модели с аннигиляцией предсказывают, наряду с генерацией избыточных e^+ , генерацию избыточных антипротонов. Эта проблема имеет место для фактора усиления, производимого как сгустками, так и другими возможными источниками, т.е. проблема присуща всему аннигиляционному сценарию, вне зависимости от моделей сгустков.

Другая серьёзная проблема возникает из полученных телескопом Fermi-LAT ограничений на потоки гамма-излучения от карликовых галактик и ближайших скоплений галактик. Эти данные сильно ограничивают или исключают (в наиболее типичных моделях) интерпретацию данных PAMELA как аннигиляцию нейтралито. Дело в том, что при регистрируемом PAMELA потоке позитронов сечение аннигиляции должно быть настолько большим, что заведомо должен был бы наблюдаться и гамма-сигнал от карликовых галактик и скоплений. Эта проблема в значительной мере зависит от модели

аннигилирующих частиц — от преимущественных каналов аннигиляции. Если для обычного нейтрально модели аннигиляции тёмной материи в данных PAMELA можно считать закрытой в связи с отсутствием антипротонов и несоответствия наблюдениям Fermi-LAT, то гипотетические варианты с подавленной аннигиляцией в гамма-фотоны и антипротоны остаются возможными. Например, аннигиляция только в лептонные каналы рассматривалась в [265], а вариант с наличием тёмного сектора изучался в [266].

Достаточно хорошее соответствие результатов расчётов данным АТИС получается в модели с аннигиляцией частиц Калуцы – Клейна массами ≈ 620 ГэВ [267]. Можно предположить, что АТИС обнаружил близкий сгусток, в котором происходит аннигиляция [268], либо аннигиляция идёт в плотном пике плотности в окрестности близкой чёрной дыры с промежуточной массой. Следует, однако, отметить, что одни и те же частицы тёмной материи, вероятно, не могут объяснить одновременно результаты и PAMELA, и АТИС, хотя предпринимались попытки разработать унифицированную модель.

9.3. Альтернативные объяснения

Простейшим объяснением наблюдавшегося в детекторе PAMELA избытка e^+ стало предположение о неполноте самой модели распространения космических лучей и модели вторичной генерации [269]. Скорректированная модель [269] согласуется с наблюдаемым избытком позитронов в случае, если дополнительные позитроны возникают при аннигиляции вино-подобных нейтрально с массами 180 ГэВ, произведённых в ранней Вселенной посредством нетеплового механизма [270].

Избыток e^+ , регистрируемый детектором PAMELA при отсутствии соответствующего избытка антипротонов, может быть объяснён моделями генерации электронов и позитронов в пульсарах. Однако в этих моделях имеются трудности, связанные с тем, что для воспроизведения различных участков спектра e^+ необходимо предположить различную величину параметров пульсарной модели, т.е. для достижения согласия с наблюдениями требуется суммирование потоков от нескольких пульсаров с разными свойствами. Аналогичное объяснение результатов АТИС также встречается с трудностями, поскольку спектры испускания электронов нейтронными звёздами или микрокварами отличны от наблюдаемого энергетического спектра.

Интересное решение предоставляет модель генерации избытка e^+ в процессах $\pi^+ \rightarrow e^+ + \dots$ во время вспышек на карликовых звёздах главной последовательности, которые по численности являются основным звёздным компонентом Галактики. Из астрономических наблюдений известно, что маломассивные звёзды имеют довольно неустойчивые фотосферы, в которых происходят очень мощные вспышки, превосходящие по мощности вспышки на Солнце. Вычисления [271, 272] показывают, что вспышки на звёздах могут дать наблюдаемый избыток e^+ . Эта модель привлекательна тем, что она не постулирует наличия каких-либо новых явлений, а основывается лишь на известных астрофизических процессах.

Наконец, простое и изящное решение проблемы избытка e^+ дано в [273, 274], где показано, что вторичные позитроны могут рождаться и ускоряться в самих источниках космических лучей. Эта модель успешно

воспроизводит наблюдаемый спектр e^+ при отсутствии избытка антипротонов в хорошо исследованных диапазонах энергий. Трудностей можно ожидать лишь в отношении ядер и антипротонов при очень высоких энергиях (> 100 ГэВ), хотя на данном этапе реальность таких опасений конкретными расчётами не подтверждена и при этих энергиях точность измерений пока недостаточна.

10. Другие возможные наблюдательные проявления сгустков

10.1. Прямая регистрация частиц тёмной материи. Минипотоки

Вероятность того, что сейчас Земля находится внутри сгустка, оценивается на уровне от 0,0001 % [211] до 0,1 % [68], в зависимости от массы сгустков и спектра возмущений. Если сейчас действительно имеет место такое редкое событие, то вероятность прямой и непрямой регистрации частиц тёмной материи должна была бы значительно повыситься [68].

В [40, 203] сделан вывод, что почти все сгустки в Галактике разрушаются в результате приливных гравитационных взаимодействий со звёздами. Как показано в разделе 7.3, для значительной доли сгустков их взаимодействия со звёздами действительно приводят к обдиранию внешних слоёв сгустков, т.е. к потере ими большей части массы, но это не означает полного разрушения сгустков, поскольку могут выживать сердцевинные сгустков [83, 263]. Ободранная масса трансформируется в "минипотоки" тёмной материи [40, 203, 263]. Для экспериментов по прямому детектированию частиц тёмной материи минипотоки интересны тем, что частицы тёмной материи в минипотоках приходят с нескольких дискретных направлений, соответствующих скоростям родительских сгустков до их разрушения. Согласно [211], в настоящее время Землю могут пересекать $10^2 - 10^4$ минипотоков. Формирование минипотоков при разрушении сгустков звёздами и эволюция этих минипотоков изучались также в [41]. Тёмная материя в потоках расплывается по пространству длинным широким шлейфом, поэтому вероятность столкновения минипотока с Землёй гораздо выше вероятности прохождения через Землю целого сгустка.

10.2. Регистрация сгустков

гравитационно-волновыми детекторами

В ряде работ указывалось, что проектируемые гравитационно-волновые детекторы, такие как LISA (Laser Interferometer Space Antenna), смогут регистрировать небольшие вариации гравитационного поля, вызванные пролетающими мимо компактными объектами. С помощью LISA предлагалось искать ПЧД [275], астероиды [276] или компактные объекты тёмной материи неизвестной природы [277]. Сгустки могут быть включены в этот список. Наблюдаемый сигнал производится приливной гравитационной силой, которая изменяет длину плеча интерферометра и, соответственно, вызывает фазовый сдвиг. С помощью LISA можно будет осуществлять поиск компактных объектов в интервалах масс $10^{16} \leq M \leq 10^{20}$ г согласно [275] и $10^{14} \leq M \leq 10^{20}$ г по расчётам [277]. Сигнал будет иметь форму единичных импульсов с характерной частотой вблизи нижнего

предела частот кривой чувствительности LISA, и повторяемость таких событий составит ~ 1 в десятилетие, если объекты образуют преобладающую часть тёмной материи. Сгустки в обычном сценарии составляют лишь 1%–10% от всей тёмной материи, и, соответственно, темп их детектирования будет меньше на 1–2 порядка величины. Кроме того, радиусы таких сгустков, как правило, значительно превышают длину плеча интерферометра LISA $L \simeq 5 \times 10^{11}$ см, поэтому приливные силы будут иметь меньшую величину. Таким образом, детектирование обычных сгустков с помощью LISA выглядит маловероятным.

Следующие поколения гравитационно-волновых интерферометров открывают большие перспективы (подробнее см. [275]). Сверхплотные сгустки благодаря своей компактности легко удовлетворяют условию $R < L \simeq 5 \times 10^{11}$ см для интервала масс $10^{14} \leq M \leq 10^{20}$ г, поэтому такие сгустки, если они существуют, могут быть зарегистрированы детектором LISA.

10.3. Нейтральные звёзды и микролинзирование

Для объяснения наблюдаемых в гало Галактики событий микролинзирования А.В. Гуревичем, К.П. Зыбиным и В.А. Сиротой впервые была предложена модель гравитационно связанных некомпактных объектов (самогравитирующих сгустков) массой $\sim (10^{-2} - 10^0) M_{\odot}$, состоящих из слабозаимодействующих частиц тёмной материи [166]. Поскольку основным кандидатом на роль частицы тёмной материи считалось нейтралино, такие сгустки были названы "нейтральными звёздами". Было также отмечено, что нейтральные звёзды дают очень сильный аннигиляционный сигнал даже в случае большого размера сердцевины, $R_c \sim 0,1R$, и во избежание противоречий с наблюдениями постулировалось, что нейтралино аннигилируют с малым сечением в r -волне. Затем в [177] были рассмотрены нейтральные звёзды с очень малым радиусом сердцевины, соответствующим ограничению по аннигиляции, и было показано, что в этом случае аннигиляционный сигнал значительно превышает наблюдательные ограничения даже при минимально возможном сечении аннигиляции, допускаемом моделями суперсимметрии.

В [88] были уточнены критерии образования сгустков из адиабатических возмущений плотности с учётом ограничений по ПЧД. В частности, в [88] показано, что для обеспечения компактности гравитационных линз необходимо, чтобы сгустки формировались ещё на стадии доминирования излучения, хотя и в конце этой стадии. Таким образом, нейтральные звёзды относятся к классу рассмотренных в разделе 3.3 сверхплотных сгустков. Для их образования необходимо существование максимума на фоне обычного степенного спектра космологических возмущений плотности. Из результатов, приведённых в разделе 3.3, следует, что в случае адиабатических возмущений существование этого максимума неизбежно привело бы к формированию на радиационной стадии эволюции Вселенной заметного количества ПЧД с массами $\sim 10^5 M_{\odot}$.

Авторы [166] указали также, что барионная сердцевина, если она формируется внутри сгустков, модифицирует кривую блеска при микролинзировании на сгустках. В более поздних работах [157, 159, 160] сгустки также рассматривались как объекты, на которых возможно микролинзирование. Причём в [157] рассматривались

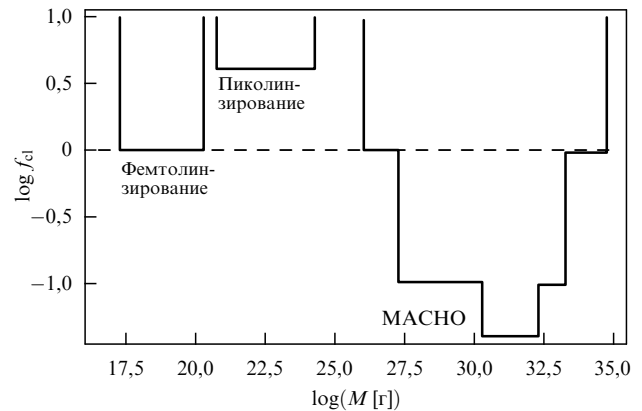


Рис. 13. Сплошными линиями показаны ограничения сверху на относительную долю массы тёмной материи в форме сгустков $f_{cl} = \Omega_{cl}/\Omega_m$ из данных проекта MACHO по микролинзированию звёзд, а также по фемто- и пиколинзированию космических гамма-всплесков [118].

два типа сгустков: минигало вокруг ПЧД и сгустки без ПЧД в центре. Сгустки субзвёздных масс в других галактиках в принципе могут быть замечены даже при наблюдении линзирования на этих галактиках света квазаров [279, 280]. А из ограничений по линзированию света сверхновых типа Ia были получены ограничения на число сгустков в составе тёмной материи [281]. Некоторые ограничения на число сгустков получаются также по таймингу пульсаров, так как сгустки, расположенные вблизи луча зрения, своим гравитационным полем должны создавать задержки в наблюдаемом периодическом излучении пульсаров [282]. На рисунке 13 показаны ограничения по микролинзированию звёзд, полученные в проекте MACHO (Massive Astrophysical Compact Halo Object), а также по фемто- и пиколинзированию космических гамма-всплесков [118].

Следует отметить, что проблема микролинз к настоящему времени потеряла актуальность, так как все события микролинзирования можно объяснить переменностью звёзд. Однако исследование микролинзирования даёт ограничения сверху на возможное число ПЧД и сверхплотных сгустков в некоторых диапазонах масс и тем самым накладывает ограничения на спектр первичных космологических возмущений в соответствующих малых масштабах.

Как показано в [166], сгусток может служить гравитационной линзой и обеспечивать наблюдаемые события микролинзирования лишь в том случае, если его радиус не более чем в 10 раз превосходит радиус Эйнштейна для данного объекта. Из этого условия следуют достаточно жёсткие ограничения на коэффициент нелинейного сжатия сгустков. Оказалось [88], что сгустки могут служить гравитационными линзами лишь при большом пороге образования ПЧД, $\delta_{th} > 0,5$, полученном в модели критического гравитационного коллапса, а при меньших значениях δ_{th} модель сгустков как объектов микролинзирования исключается.

10.4. Барионы в сгустках

Диссипативные процессы в барионном газе внутри сгустков тёмной материи рассматривались в [166], а в сгустках вокруг ПЧД — в [283]. В [166] сделан вывод, что оседание барионов в направлении к центру сгустков

вызывает увеличение плотности и в тёмной материи, что усиливает аннигиляцию её частиц. Кроме того, указано, что барионная сердцевина также модифицирует кривую блеска при микролинзировании сгустков.

Однако следует отметить, что заметного потока барионов в центр сгустков с субзвёздными массами ожидать нельзя, так как вириальные температуры в сгустках слишком малы для того, чтобы заработали механизмы радиационного охлаждения барионов. Кроме того, из-за комптоновского рассеяния реликтовых фотонов барионы не смогут разогнаться до вириальных скоростей в сгустках, поэтому усиления аккреции барионов на больших красных смещениях ожидать не приходится. В частности, на сгустки вокруг ПЧД будут аккрецировать барионы только из почти однородного фона, в котором их концентрация довольно мала [283].

В [157, 284] изучалась модель, в которой достаточно большие сгустки, с массами $\sim 10^5 - 10^6 M_{\odot}$, формируют потенциальные ямы, в которых собираются барионы с образованием ранних звёзд популяции III. Эти звёзды могут дать объяснение реионизации Вселенной при $z \geq 10$. Аннигиляция частиц тёмной материи, захваченных звездой в центральной области сгустка, может внести заметный вклад в энергетический баланс звезды и влиять на её эволюцию [285, 286].

Сгустки с массами $M \geq 10^{-3} M_{\odot}$ могут проявить себя в наблюдениях линии водорода 21 см, создавая флуктуации температуры в барионном газе [287].

10.5. Движение сгустков по небесной сфере

Если бы удалось зарегистрировать сигнал от близлежащих сгустков, то можно было бы выявить собственные перемещения этих сгустков по небесной сфере, аналогично тому, как наблюдаются собственные движения близких звёзд [69, 72, 288, 289]. Однако в [289] показано, что возможность наблюдения собственных движений связана с ограничениями на аннигиляционные потоки из центра Галактики и других источников. Только при довольно большом сечении аннигиляции удалось бы наблюдать достаточно близкие сгустки и их перемещения. Но тогда сигнал от других источников был бы слишком велик и превышал бы наблюдательные пределы. Однако следует отметить, что данный эффект сильно зависит от чувствительности и разрешения гамма-телескопов и в [289] расчёт был сделан применительно к Fermi-LAT. По мере усовершенствования телескопов и методов наблюдений, очевидно, появится возможность одновременно регистрировать и собственные движения сгустков по небесной сфере, и аннигиляционные сигналы от различных источников.

11. Заключение

Мелкомасштабные сгустки являются интересными для изучения и заслуживают внимания по ряду причин.

Эти объекты ввиду их раннего образования могут быть самыми плотными объектами из тёмной материи во Вселенной, поэтому аннигиляция частиц тёмной материи в мелкомасштабных сгустках может проходить очень эффективно. Сгустки способны усилить аннигиляционный сигнал в гало галактик в нескольких раз или даже на несколько порядков. Такие же большие плотности, как в сгустках, могут возникнуть только в центральных каспах тёмной материи в центрах галактик, если

возрастание плотности не останавливается на достаточно большом радиусе, и в каспах вокруг центральных чёрных дыр. Таким образом, сгустки, если они существуют, открывают дополнительные перспективы для непрямой регистрации тёмной материи посредством детектирования аннигиляционных сигналов, что может помочь в разрешении одной из главных загадок космологии — природы тёмной материи.

Если будет зарегистрирован сигнал от аннигилирующих частиц тёмной материи, то появится возможность изучать более детально, чем это возможно сейчас, распределение тёмной материи и получать информацию о спектре начальных возмущений, из которых произошли структуры различного масштаба, а также прояснить физику (вид потенциала скалярного поля или другие характеристики) той стадии инфляции, на которой эти возмущения генерировались. Сгустки могли бы дать сведения о малых (по сравнению с масштабами галактик) масштабах, возмущения на которых генерировались во времена, более близкие к моменту окончания инфляции.

Аннигиляция в сгустках могла изменить тепловой баланс в газе на догалактической стадии и оказать кардинальное влияние на процессы эволюции первых звёзд и тем самым на химическую эволюцию вещества в галактиках, на количество ЧД и др.

Физика сгустков тёмной материи охватывает такие проблемы, как генерация возмущений в малых масштабах, гравитационная динамика, исследование свойств частиц, влияние продуктов их аннигиляции в сгустках, т.е. является междисциплинарной областью исследований в рамках астрофизики и космологии.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение № 8525), грантов ОФН-17 РАН и НШ-871.2012.2.

Список литературы

1. Горбунов Д С, Рубаков В А *Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего Большого взрыва* (М.: ЛКИ, 2008) [Gorbunov D S, Rubakov V A *Introduction to the Theory of the Early Universe: Hot Big Bang Theory* (Singapore: World Scientific, 2011)]
2. Горбунов Д С, Рубаков В А *Введение в теорию ранней Вселенной: Космологические возмущения. Инфляционная теория* (М.: КРАСАНД, 2010) [Gorbunov D S, Rubakov V A *Introduction to the Theory of the Early Universe: Cosmological Perturbations and Inflationary Theory* (Singapore: World Scientific, 2011)]
3. Weinberg S *Cosmology* (Oxford: Oxford Univ. Press, 2008) [Вайнберг С *Космология* (М.: URSS, 2012)]
4. Лукаш В Н, Михеева Е В *Физическая космология* (М.: Физматлит, 2010)
5. Бисноватый-Коган Г С *Релятивистская астрофизика и физическая космология* (М.: КРАСАНД, 2011)
6. Лукаш В Н, Михеева Е В, Малиновский А М *УФН* **181** 1017 (2011) [Lukash V N, Mikhееva E V, Malinovsky A M *Phys. Usp.* **54** 983 (2011)]
7. Черепашук А М *УФН* **183** 535 (2013) [Chereshchuk A M *Phys. Usp.* **56** 509 (2013)]
8. Чернин А Д *УФН* **178** 267 (2008) [Chernin A D *Phys. Usp.* **51** 253 (2008)]
9. Лукаш В Н, Рубаков В А *УФН* **178** 301 (2008) [Lukash V N, Rubakov V A *Phys. Usp.* **51** 283 (2008)]
10. Болотин Ю Л, Ерохин Д А, Лемец О А *УФН* **182** 941 (2012) [Bolotin Yu L, Erokhin D A, Lemets O A *Phys. Usp.* **55** 876 (2012)]
11. Massey R et al. *Nature* **445** 286 (2007)

12. Рябов В А, Царев В А, Цховребов А М *УФН* **178** 1129 (2008) [Ryabov V A, Tsarev V A, Tskhovrebov A M *Phys. Usp.* **51** 1091 (2008)]
13. Jungman G, Kamionkowski M, Griest K *Phys. Rep.* **267** 195 (1996)
14. Троицкий С В *УФН* **182** 77 (2012) [Troitskiy S V *Phys. Usp.* **55** 72 (2012)]
15. Dodelson S, Widrow L M *Phys. Rev. Lett.* **72** 17 (1994); hep-ph/9303287
16. Gorbunov D, Khmelnitsky A, Rubakov V *JCAP* (10) 041 (2008)
17. Sikivie P, arXiv:0909.0949
18. Berezhinsky V S *Phys. Lett. B* **261** 71 (1991)
19. Bolz M, Brandenburg A, Buchmüller W *Nucl. Phys. B* **606** 518 (2001); *Nucl. Phys. B* **790** 336 (2008)
20. Berezhinsky V, Kachelrieß M, Vilenkin A *Phys. Rev. Lett.* **79** 4302 (1997)
21. Kuzmin V A, Rubakov V A *ЯФ* **61** 1122 (1998) [*Phys. Atom. Nucl.* **61** 1028 (1998)]
22. Berezhinsky V, Kachelrieß M, Solberg M A *Phys. Rev. D* **78** 123535 (2008)
23. Dubrovich V K, Khlopov M Yu *Письма в ЖЭТФ* **77** 403 (2003) [*JETP Lett.* **77** 335 (2003)]
24. Ivanov P, Naselsky P, Novikov I *Phys. Rev. D* **50** 7173 (1994)
25. Lacki B C, Beacom J F *Astrophys. J. Lett.* **720** L67 (2010)
26. Add G et al. (ATLAS Collab.) *Phys. Lett. B* **716** 1 (2012)
27. Chatrchyan S et al. (CMS Collab.) *Phys. Lett. B* **716** 30 (2012)
28. Рубаков В А *УФН* **182** 1017 (2012) [Rubakov V A *Phys. Usp.* **55** 949 (2012)]
29. Nath P, arXiv:1210.0520
30. Belli P et al. *Phys. Rev. D* **84** 055014 (2011)
31. Aalseth C E et al. (and CoGeNT Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **107** 141301 (2011)
32. Hinshaw G et al., arXiv:1212.5226
33. Ade P A R et al. (Planck Collab.), arXiv:1303.5062
34. Lacey C, Cole S *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **262** 627 (1993)
35. Schmid C, Schwarz D J, Widerin P *Phys. Rev. Lett.* **78** 791 (1997)
36. Wasserman I, in *Second Intern. A.D. Sakharov Conf. on Physics Moscow, Russia 20–24 May 1996* (Eds I M Dremin, A M Semikhatov) (Singapore: World Scientific, 1997) p. 191; astro-ph/9608012
37. Schmid C, Schwarz D J, Widerin P *Phys. Rev. D* **59** 043517 (1999)
38. Schwarz D J, Hofmann S *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* **87** 93 (2000)
39. Berezhinsky V, Dokuchaev V, Eroshenko Y *Phys. Rev. D* **68** 103003 (2003)
40. Zhao H et al., astro-ph/0502049
41. Green A M, Hofmann S, Schwarz D J *JCAP* (08) 003 (2005)
42. Moore B et al., astro-ph/0502213
43. Berezhinsky V, Dokuchaev V, Eroshenko Yu *Phys. Rev. D* **73** 063504 (2006)
44. Diemand J, Kuhlen M, Madau P *Astrophys. J.* **649** 1 (2006)
45. Green A M, Goodwin S P *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **375** 1111 (2007)
46. Bertschinger E *Phys. Rev. D* **74** 063509 (2006)
47. Angus G W, Zhao H S *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **375** 1146 (2007)
48. Berezhinsky V S, Dokuchaev V I, Eroshenko Yu N *JCAP* (07) 011 (2007)
49. Giocoli C, Pieri L, Tormen G *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **387** 689 (2008)
50. Kamionkowski M, Koushiappas S M, Kuhlen M *Phys. Rev. D* **81** 043532 (2010)
51. Anderhalden D, Diemand J *JCAP* (04) 009 (2013); arXiv:1302.0003
52. Koushiappas S M *New J. Phys.* **11** 105012 (2009)
53. Bergström L et al. *Phys. Rev. D* **59** 043506 (1999)
54. Schwarz D J *Ann. Physik* **12** 220 (2003)
55. Гуревич А В, Зыбин К П *ЖЭТФ* **94** 3 (1988) [Gurevich A V, Zybin K P *Sov. Phys. JETP* **67** 1 (1988)]
56. Гуревич А В, Зыбин К П *ЖЭТФ* **94** (4) 5 (1988) [Gurevich A V, Zybin K P *Sov. Phys. JETP* **67** 1957 (1988)]
57. Гуревич А В, Зыбин К П *УФН* **165** 723 (1995) [Gurevich A V, Zybin K P *Phys. Usp.* **38** 687 (1995)]
58. Profumo S, Sigurdson K, Kamionkowski M *Phys. Rev. Lett.* **97** 031301 (2006)
59. Bringmann T *New J. Phys.* **11** 105027 (2009)
60. Weinberg S *Astrophys. J.* **168** 175 (1971)
61. Hofmann S, Schwarz D J, Stöcker H *Phys. Rev. D* **64** 083507 (2001)
62. Loeb A, Zaldarriaga M *Phys. Rev. D* **71** 103520 (2005)
63. Calcáneo-Roldán C, Moore B *Phys. Rev. D* **62** 123005 (2000)
64. Nieto D et al., arXiv:1110.4744
65. Zechlin H-S et al., arXiv:1110.6868
66. Pieri L, Branchini E, Hofmann S *Phys. Rev. Lett.* **95** 211301 (2005)
67. Oda T, Totani T, Nagashima M *Astrophys. J.* **633** L65 (2005)
68. Kamionkowski M, Koushiappas S M *Phys. Rev. D* **77** 103509 (2008)
69. Pieri L, Bertone G, Branchini E *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **384** 1627 (2008)
70. Pinzke A, Pfrommer C, Bergström L *Phys. Rev. Lett.* **103** 181302 (2009)
71. Baxter E J et al. *Phys. Rev. D* **82** 123511 (2010)
72. Belotsky K M, Kirillov A A, Khlopov M Yu, arXiv:1212.6087
73. Zhang D *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **418** 1850 (2011)
74. Yang Y, Yang G, Zong H *Phys. Rev. D* **87** 103525 (2013)
75. Anderhalden D, Diemand J *JCAP* (04) 009 (2013)
76. Bertschinger E *Astrophys. J. Suppl.* **58** (5) 39 (1985)
77. Diemand J, Moore B, Stadel J *Nature* **433** 389 (2005)
78. Mikheeva E, Doroshkevich A, Lukash V *Nuovo Cimento B* **122** 1393 (2007)
79. Дорошкевич А Г, Лукаш В Н, Михеева Е В *УФН* **182** 3 (2012) [Doroshkevich A G, Lukash V N, Mikheeva E V *Phys. Usp.* **55** 3 (2012)]
80. Kaplinghat M *Phys. Rev. D* **72** 063510 (2005)
81. Strigari L E, Kaplinghat M, Bullock J S *Phys. Rev. D* **75** 061303(R) (2007)
82. Ishiyama T, Makino J, Ebisuzaki T *Astrophys. J. Lett.* **723** L195 (2010)
83. Berezhinsky V, Dokuchaev V, Eroshenko Y *Phys. Rev. D* **77** 083519 (2008)
84. Kolb E W, Tkachev I I *Phys. Rev. Lett.* **71** 3051 (1993)
85. Kolb E W, Tkachev I I *Phys. Rev. D* **50** 769 (1994)
86. Khlopov M Yu, Sakharov A S, Sokoloff D D *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* **72** 105 (1999)
87. Khlopov M J. *Phys. Conf. Ser.* **66** 012032 (2007)
88. Докучаев В И, Ерошенко Ю Н *ЖЭТФ* **121** 5 (2002) [Dokuchaev V I, Eroshenko Yu N *JETP* **94** 1 (2002)]
89. Bardeen J M et al. *Astrophys. J.* **304** 15 (1986)
90. Green A M, Hofmann S, Schwarz D J *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **353** L23 (2004)
91. Press W H, Schechter P *Astrophys. J.* **187** 425 (1974)
92. Bond J R et al. *Astrophys. J.* **379** 440 (1991)
93. Bond J R, Myers S T *Astrophys. J. Suppl.* **103** 1 (1996)
94. Ade P A R et al. (Planck Collab.), arXiv:1303.5082
95. Green A M, Liddle A R *Phys. Rev. D* **56** 6166 (1997)
96. Старобинский А А *Письма в ЖЭТФ* **55** 477 (1992) [Starobinskii A A *JETP Lett.* **55** 489 (1992)]
97. Blais D et al. *Phys. Rev. D* **67** 024024 (2003)
98. Yokoyama J *Astron. Astrophys.* **318** 673 (1997)
99. Garcia-Bellido J, Linde A, Wands D *Phys. Rev. D* **54** 6040 (1996)
100. Cline J M, Crotty P, Lesgourgues J *JCAP* (09) 010 (2003)
101. Chung D J H et al. *Phys. Rev. D* **62** 043508 (2000)
102. Gelmini G B, Gondolo P *JCAP* (10) 002 (2008)
103. Scott P, Sivertsson S *Phys. Rev. Lett.* **103** 211301 (2009)
104. Kolb E W, Tkachev I I *Astrophys. J. Lett.* **460** L25 (1996)
105. Gott J R (III) *Astrophys. J.* **201** 296 (1975)
106. Gunn J E *Astrophys. J.* **218** 592 (1977)
107. Silk J, Stebbins A *Astrophys. J.* **411** 439 (1993)
108. Зельдович Я Б, Новиков И Д *Астрон. журн.* **43** 758 (1966) [Zel'dovich Ya B, Novikov I D *Sov. Astron.* **10** 602 (1967)]
109. Hawking S *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **152** 75 (1971)
110. Carr B J *Astrophys. J.* **201** 1 (1975)
111. Надежин Д К, Новиков И Д, Полнарев А Г *Астрон. журн.* **55** 216 (1978) [Nadezhin D K, Novikov I D, Polnarev A G *Sov. Astron. J.* **22** 129 (1978)]
112. Novikov I D et al. *Astron. Astrophys.* **80** 104 (1979)
113. Полнарев А Г, Хлопов М Ю *УФН* **145** 369 (1985) [Polnarev A G, Khlopov M Yu *Sov. Phys. Usp.* **28** 213 (1985)]
114. Bugaev E V, Konishchev K V *Phys. Rev. D* **65** 123005 (2002)
115. Choptuik M W *Phys. Rev. Lett.* **70** 9 (1993)
116. Niemeyer J C, Jedamzik K *Phys. Rev. D* **59** 124013 (1999)
117. Yokoyama J *Phys. Rev. D* **58** 107502 (1998)
118. Carr B J et al. *Phys. Rev. D* **81** 104019 (2010)
119. Sikivie P, Tkachev I I, Wang Y *Phys. Rev. D* **56** 1863 (1997)

120. Navarro J F, Frenk C S, White S D M *Astrophys. J.* **462** 563 (1996)
121. Fukushige T, Makino J *Astrophys. J. Lett.* **477** L9 (1997)
122. Moore B et al. *Astrophys. J.* **524** L19 (1999)
123. Jing Y P, Suto Y *Astrophys. J.* **529** L69 (2000)
124. White S D M, astro-ph/9410043
125. Knobel C, arXiv:1208.5931
126. Tolman R C *Phys. Rev.* **35** 875 (1930)
127. McCrea W H *Proc. R. Soc. London A* **206** 562 (1951)
128. Peebles P J E *The Large-Scale Structure of the Universe* (Princeton, N.J.: Princeton Univ. Press, 1980) [Пиблс Ф Дж Э *Структура Вселенной в больших масштабах* (М.: Мир, 1983)]
129. Padmanabhan T, Subramanian K *Astrophys. J.* **417** 3 (1993)
130. Eisenstein D J, Loeb A *Astrophys. J.* **439** 520 (1995)
131. Berezhinsky V S, Dokuchaev V I, Eroshenko Yu N *JCAP*, in press; arXiv:1308.6742[astro-ph.CO]
132. Дорошкевич А Г *Астрофизика* **6** 581 (1970) [Doroshkevich A G *Astrophysics* **6** 320 (1970)]
133. Sheth R K, Mo H J, Tormen G *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **323** 1 (2001)
134. Шандарин С Ф, Дорошкевич А Г, Зельдович Я Б *УФН* **139** 83 (1983) [Shandarin S F, Doroshkevich A G, Zel'dovich Ya B *Sov. Phys. Usp.* **26** 46 (1983)]
135. Гурбатов С Н, Саичев А И, Шандарин С Ф *УФН* **182** 233 (2012) [Gurbatov S N, Saichev A I, Shandarin S F *Phys. Usp.* **55** 223 (2012)]
136. Shlaer B, Vilenkin A, Loeb A, arXiv:1202.1346
137. Vilenkin A, Shellard E P S *Cosmic Strings and Other Topological Defects* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1994)
138. Vilenkin A, hep-th/0508135
139. Vanchurin V, Olum K D, Vilenkin A *Phys. Rev. D* **74** 063527 (2006)
140. Blanco-Pillado J J, Olum K D, Shlaer B, arXiv:1101.5173
141. Berezhinsky V S, Dokuchaev V I, Eroshenko Yu N *JCAP* (12) 007 (2011)
142. Olum K D, Vilenkin A *Phys. Rev. D* **74** 063516 (2006)
143. Lynden-Bell D *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **136** 101 (1967)
144. White S D M, in *Gravitational Dynamics: Proc. of the 36th Herstmonceux Conf., in Honour of Professor D. Lynden-Bell's 60th Birthday, Cambridge, UK, August 7–11, 1995* (Eds O Lahav, E Terlevich, R J Terlevich) (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1996) p. 121; astro-ph/9602021
145. Henriksen R N, Widrow L M *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **302** 321 (1999)
146. Докучаев В И, Ерошенко Ю Н *Письма в Астрон. журн.* **27** 883 (2001) [Dokuchaev V I, Eroshenko Yu N *Astron. Lett.* **27** 759 (2001)]
147. Dokuchaev V I, Eroshenko Yu N *Astron. Astrophys. Trans.* **22** 727 (2003)
148. Mack K J, Ostriker J P, Ricotti M *Astrophys. J.* **665** 1277 (2007)
149. Yang Y et al. *Phys. Rev. D* **84** 043506 (2011); arXiv:1109.0156
150. Saito R, Shirai S *Phys. Lett. B* **697** 95 (2011)
151. Yang Y et al. *Eur. Phys. J. Plus* **126** 123 (2011)
152. Yang Y et al. *JCAP*(12) 020 (2011)
153. Carr B J, Rees M J *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **206** 801 (1984)
154. Bertone G, Zentner A R, Silk J *Phys. Rev. D* **72** 103517 (2005)
155. Baushev A *Inter. J. Mod. Phys. D* **18** 1195 (2009)
156. Fillmore J A, Goldreich P *Astrophys. J.* **281** 1 (1984)
157. Ricotti M, Gould A *Astrophys. J.* **707** 979 (2009)
158. Josan A S, Green A M *Phys. Rev. D* **82** 083527 (2010)
159. Bringmann T, Scott P, Akrami Y *Phys. Rev. D* **85** 125027 (2012)
160. Li F, Erickcek A L, Law N M *Phys. Rev. D* **86** 043519 (2012)
161. Yang Y et al., arXiv:1206.3750
162. Yang Y-P, Yang G-L, Zong H-S, arXiv:1210.1409
163. Yang Y-P, Yang G-L, Zong H-S *Europhys. Lett.* **101** 69001 (2013)
164. Berezhinsky V et al. *Phys. Rev. D* **81** 103529 (2010)
165. Saslaw W C *Gravitational Physics of Stellar and Galactic Systems* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1985) [Саслау У *Гравитационная физика звездных и галактических систем* (М.: Мир, 1989)]
166. Гуревич А В, Зыбин К П, Сирота В А *УФН* **167** 913 (1997) [Gurevich A V, Zybin K P, Sirota V A *Phys. Usp.* **40** 869 (1997)]
167. Iocco F et al. *JCAP* (11) 029 (2011)
168. Tremaine S, Gunn J E *Phys. Rev. Lett.* **42** 407 (1979)
169. Taylor J E, Navarro J F *Astrophys. J.* **563** 483 (2001)
170. Tremaine S, Henon M, Lynden-Bell D *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **219** 285 (1986)
171. Ryden B S *Astrophys. J.* **329** 589 (1988)
172. Ryden B S, Gunn J E *Astrophys. J.* **318** 15 (1987)
173. Hiotelis N *Astron. Astrophys.* **382** 84 (2002)
174. Ascasibar Y et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **352** 1109 (2004)
175. Ullio P et al. *Phys. Rev. D* **66** 123502 (2002)
176. Berezhinsky V S, Gurevich A V, Zybin K P *Phys. Lett. B* **294** 221 (1992)
177. Berezhinsky V, Bottino A, Mignola G *Phys. Lett. B* **391** 355 (1997)
178. Chung D J H, Kolb E W, Riotto A *Phys. Rev. D* **59** 023501 (1999)
179. Kuzmin V A, Tkachev I I *Письма в ЖЭТФ* **68** 255 (1998) [*JETP Lett.* **68** 271 (1998)]
180. Lyth D H, Roberts D, Smith M *Phys. Rev. D* **57** 7120 (1998)
181. Berezhinsky V et al. *Phys. Rev. D* **81** 103530 (2010)
182. Bilić N, Munyaneza F, Viollier R D *Phys. Rev. D* **59** 024003 (1998)
183. Moore B et al. *Astrophys. J.* **499** L5 (1998)
184. Moore B et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **310** 1147 (1999)
185. Gao L et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **387** 536 (2008)
186. Burkert A *Astrophys. J.* **447** L25 (1995)
187. Syer D, White S D M *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **293** 337 (1998)
188. Springel V et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **391** 1685 (2008)
189. Bullock J S et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **321** 559 (2001)
190. Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Физическая кинетика* (М.: Наука, 1979) [Lifshitz E M, Pitaevskii L P *Physical Kinetics* (Oxford: Pergamon Press, 1981)]
191. Zybin K P, Vysotsky M I, Gurevich A V *Phys. Lett. A* **260** 262 (1999)
192. Widrow L M et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **397** 1275 (2009)
193. Arhipova N A et al. *Grav. Cosmol. Suppl.* **8** (Suppl. I) 66 (2002)
194. Giocoli C et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **395** 1620 (2009)
195. Angulo R E, White S D M *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **401** 1796 (2010)
196. Oguri M, Lee J *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **355** 120 (2004)
197. Gnedin O Y, Hernquist L, Ostriker J P *Astrophys. J.* **514** 109 (1999)
198. Fall S M, Rees M J *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **181** 37P (1977)
199. Gnedin O Y, Ostriker J P *Astrophys. J.* **513** 626 (1999)
200. Taylor J E, Babul A *Astrophys. J.* **559** 716 (2001)
201. Diemand J, Kuhlen M, Madau P *Astrophys. J.* **667** 859 (2007)
202. Goerdt T et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **375** 191 (2007)
203. Zhao H et al. *Astrophys. J.* **654** 697 (2007)
204. Ostriker J P, Spitzer L (Jr.), Chevalier R A *Astrophys. J.* **176** L51 (1972)
205. Weinberg M D *Astron. J.* **108** 1403 (1994)
206. Eddington A S *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **76** 572 (1916)
207. Widrow L M *Astrophys. J. Suppl.* **131** 39 (2000)
208. D'Onghia E et al. *Astrophys. J.* **709** 1138 (2010)
209. Launhardt R, Zylka R, Mezger P G *Astron. Astrophys.* **384** 112 (2002)
210. Bell E F et al. *Astrophys. J.* **680** 295 (2008)
211. Schneider A, Krauss L, Moore B *Phys. Rev. D* **82** 063525 (2010)
212. Silk J, Bloemen H *Astrophys. J.* **313** L47 (1987)
213. Berezhinsky V, Kachelrieß M *Phys. Rev. D* **63** 034007 (2001)
214. Aloisio R, Berezhinsky V, Kachelrieß M *Phys. Rev. D* **69** 094023 (2004)
215. Gondolo P et al. *JCAP* (07) 008 (2004)
216. Bringmann T et al. *JCAP* (07) 054 (2012)
217. Weniger C *JCAP* (08) 007 (2012)
218. Hektor A, Raidal M, Tempel E, arXiv:1207.4466
219. Bringmann T, Weniger C *Phys. Dark Universe* **1** 194 (2012); arXiv:1208.5481
220. Gorbunov D, Tinyakov P *Phys. Rev. D* **87** 081302(R) (2013); arXiv:1212.0488
221. Hisano J, Matsumoto S, Nojiri M M *Phys. Rev. Lett.* **92** 031303 (2004)
222. Profumo S *Phys. Rev. D* **72** 103521 (2005)
223. Lattanzi M, Silk J *Phys. Rev. D* **79** 083523 (2009)
224. Hooper D et al., arXiv:1203.3547
225. Гинзбург В Л, Сыроватский С И *Происхождение космических лучей* (М.: Изд-во АН СССР, 1963) [Ginzburg V L, Syrovatskii S I *The Origin of Cosmic Rays* (Oxford: Pergamon Press, 1964)]
226. Березинский В С и др. *Астрофизика космических лучей* (Под ред. В Л Гинзбурга) 2-е изд. (М.: Наука, 1990) [Berezinskii V S et

- al. *Astrophysics of Cosmic Rays* (Ed. V L Ginzburg) (Amsterdam: North-Holland, 1990)]
227. The GALPROP code for cosmic-ray transport and diffuse emission production, <http://galprop.stanford.edu>
228. Atwood W B et al. *Astrophys. J.* **697** 1071 (2009)
229. de Boer W et al. *Astron. Astrophys.* **444** 51 (2005)
230. Ackermann M et al. (The Fermi-LAT Collab.) *JCAP* (05) 025 (2010)
231. Yuan Q et al. *Phys. Rev. D* **82** 023506 (2010)
232. Pinzke A, Pfrommer C, Bergström L *Phys. Rev. D* **84** 123509 (2011)
233. Huang X, Vertongen G, Weniger C *JCAP* (01) 042 (2012)
234. Ando S, Nagai D *JCAP* (07) 017 (2012)
235. Han J et al., arXiv:1201.1003
236. Vitale V, Morselli A (for the Fermi/LAT Collab.), arXiv:0912.3828
237. Hooper D, Goodenough L *Phys. Lett. B* **697** 412 (2011)
238. Ellis J, Olive K A, Spanos V C *JCAP* (10) 024 (2011)
239. Sánchez-Conde M A et al. *JCAP* (12) 011 (2011)
240. Gao L et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **419** 1721 (2012)
241. Ackermann M et al. (The Fermi LAT Collab.) *Astrophys. J.* **747** 121 (2012)
242. Ackermann M et al. (The Fermi-LAT Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **107** 241302 (2011)
243. Geringer-Sameth A, Koushiappas S M *Phys. Rev. Lett.* **107** 241303 (2011)
244. Feng L et al. *JCAP* (04) 030 (2012)
245. Mei S et al. *Astrophys. J.* **655** 144 (2007)
246. Olling R P, Merrifield M R *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **311** 361 (2000)
247. Olling R P, Merrifield M R *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **326** 164 (2001)
248. Mashchenko S, Couchman H M P, Wadsley J *Nature* **442** 539 (2006)
249. Ando S, Komatsu E *Phys. Rev. D* **73** 023521 (2006)
250. Ando S *Phys. Rev. D* **80** 023520 (2009)
251. Fornasa M et al. *Phys. Rev. D* **80** 023518 (2009)
252. Fornasa M et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **429** 1529 (2012); arXiv:1207.0502
253. Gómez-Vargas G (on behalf of the Fermi-LAT Collab.), Komatsu E *Nuovo Cimento C* **034** 327 (2011)
254. Hooper D, Serpico P D *JCAP* (06) 013 (2007)
255. Blasi P, Dick R, Kolb E W *Astropart. Phys.* **18** 57 (2002)
256. Троицкий С В *УФН* **183** 323 (2013) [Troitsky S V *Phys. Usp.* **56** 304 (2013)]
257. de Boer W, Zhukov V, arXiv:0709.4576
258. Myers Z, Nusser A *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **384** 727 (2008)
259. Natarajan A, Schwarz D J *Phys. Rev. D* **78** 103524 (2008)
260. Adriani O et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 121101 (2010)
261. Adriani O et al. (PAMELA Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **106** 201101 (2011)
262. Aguilar M et al. (AMS Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **110** 141102 (2013)
263. Diemand J et al. *Nature* **454** 735 (2008)
264. Bergström L, Bringmann T, Edsjö J *Phys. Rev. D* **78** 103520 (2008)
265. Cirelli M et al. *Nucl. Phys. B* **813** 1 (2009)
266. Cholis I et al. *Phys. Rev. D* **80** 123518 (2009)
267. Chang J et al. *Nature* **456** 362 (2008)
268. Cumberbatch D, Silk J *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **374** 455 (2007)
269. Kane G, Lu R, Watson S *Phys. Lett. B* **681** 151 (2009)
270. Adriani O et al. *Nature* **458** 607 (2009)
271. Стожков Ю И, Гальпер А М, "Международный эксперимент PAMELA", доклад на Семинаре им. Г.Т. Зацепина "Нейтринная и ядерная астрофизика" 18 февраля 2011 г.
272. Стожков Ю И *Изв. РАН Сер. физ.* **75** (3) 352 (2011) [Stozhkov Yu I *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* **75** 323 (2011)]
273. Blasi P *Phys. Rev. Lett.* **103** 051104 (2009)
274. Blasi P, Serpico P D *Phys. Rev. Lett.* **103** 081103 (2009)
275. Seto N, Cooray A *Phys. Rev. D* **70** 063512 (2004)
276. Tricarico P *Class. Quantum Grav.* **26** 085003 (2009)
277. Adams A W, Bloom J S, astro-ph/0405266
278. Lewis G F, Gil-Merino R *Astrophys. J.* **645** 835 (2006)
279. Chen J, Koushiappas S M *Astrophys. J.* **724** 400 (2010)
280. Zackrisson E et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **431** 2172 (2013)
281. Metcalf R B, Silk J *Phys. Rev. Lett.* **98** 071302 (2007); *Phys. Rev. Lett.* **98** 099903(E) (2007)
282. Siegel E R, Hertzberg M P, Fry J N *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **382** 879 (2007)
283. Ricotti M, Ostriker J P, Mack K J *Astrophys. J.* **680** 829 (2008)
284. Freese K et al. *Astrophys. J.* **693** 1563 (2009)
285. Casanellas J, Lopes I, arXiv:1002.2326
286. Smith R J et al. *Astrophys. J.* **761** 154 (2012); arXiv:1210.1582
287. Zurek K M, Hogan C J *Phys. Rev. D* **76** 063002 (2007)
288. Koushiappas S M *AIP Conf. Proc.* **921** 142 (2007); astro-ph/0703778
289. Ando S et al. *Phys. Rev. D* **78** 101301(R) (2008)

Small scale clumps of dark matter

V.S. Berezhinsky

*Il Gran Sasso Science Institute (GSSI)
and Laboratori Nazionali del Gran Sasso, INFN,
I-67010 Assergi (AQ), Italy
E-mail: berezhinsky@lngs.infn.it*

V.I. Dokuchaev, Yu.N. Eroshenko

*Institute for Nuclear Research, Russian Academy of Sciences,
prosp. 60-letiya Oktyabrya 7a, 117312 Moscow, Russian Federation
E-mail: dokuchaev@lngs.infn.it, eroshenko@inr.ac.ru*

Small scale clumps of dark matter are gravitationally bounded structures that have masses comparable to or lower than stellar masses and consist of non- or weakly interacting dark matter particles. In this paper the current knowledge of how such structures form and evolve is reviewed, various types of spectra of primordial cosmological perturbations are considered, and various dark matter models are examined. Depending on the particular spectrum type, dark matter clumps may differ considerably in their formation processes and ultimate characteristics. The role of clumps in experiments on dark matter particles indirect detection via their annihilation products is discussed. A number of astrophysical problems and phenomena that are related to dark matter clumps are examined.

PACS numbers: 14.80.Nb, **95.35.+d**, 98.70.Rz

DOI: 10.3367/UFN.0184.201401a.0003

Bibliography — 289 references

Received 6 May 2013

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **184** (1) 3–42 (2014)

Physics – Uspekhi **57** (1) (2014)